БИКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ СИНТЕЗА ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЛИНЕЙНО РАССРЕДОТОЧЕННОЙ ГРУППИРОВКИ ОБЪЕКТОВ

Н.А. Дуничкина,
аспирант кафедры информатики, систем управления и телекоммуникаций Волжской государственной академии водного транспорта (ВГАВТ)

Адрес: г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5а
E-mail: nadezhda.dunichkina@gmail.com

Рассматривается модель обслуживания группировки объектов, рассредоточенных вдоль общей рабочей зоны двух процессоров при их попутном движении. С каждым объектом ассоциированы два индивидуальных штрафа, каждый из которых описывается «своей» монотонно возрастающей функцией от момента завершения обслуживания. Формулируются бикритериальные задачи синтеза полной совокупности Парето-оптимальных стратегий обслуживания. Выводятся решающие соотношения динамического программирования, излагаются алгоритмы их реализации и технология построения стратегий обслуживания.

Ключевые слова: теория расписаний, динамическое программирование, Парето-оптимальность.

1. Введение

Рассматриваемая в статье проблема возникла в связи с созданием компьютерных средств поддержки оперативного управления снабжением дизельным топливом плавучих дизель-электрических комплексов, осуществляющих русловую добычу нерудных строительных материалов (НСМ) в крупномасштабных русловых районах внутренних водных путей РФ. Примерами таких полигонов, протяженностью до нескольких сотен километров, являются Камский грузовой район и 4-й грузовой район на реке Белой. В навигационный период в каждом таком районе работает группировка из 15 – 20 единиц плавучих добывающих комплексов (ПДК), осуществляющих в непрерывном технологическом цикле выемку, обезвоживание и погрузку НСМ в речные суда и составы для последующей транспортировки их к местам складирования и реализации предприятиям-потребителям [1].

Снабжение ПДК дизельным топливом осуществляется закрепленными за полигоном специализированными танкерами-заправщиками.

В условиях высоких расходов на эксплуатацию ПДК и цен на дизельное топливо, сокращения возможностей предприятий по созданию его технически значимых оперативных запасов основная задача диспетчера группировки (лица, принимающего решения – ЛПР) заключается в выработке (и последующем обеспечении реализации) такой стратегии снабжения группировки ПДК дизельным топливом, при которой минимизируются экономические потери, связанные с их непроизводительными простоями.

В статье рассматривается математическая модель одной их типовых технологических схем снабжения линейно рассредоточенной группировки ПДК, согласно которой доставка дизельного топлива осуществляется двумя идентичными танкерами в процессе их попутного движения от исходного базового пункта вдоль всего полигона. При этом качество оперативного плана снабжения оценивается по значениям двух независимых критериев, отражающих те или иные потери в связи с его реализаций. Выбор конкретной пары оценочных критериев зависит от эксплуатационной ситуации, складывающейся на горизонте планирования. В этом смысле семейство формулируемых ниже бикритериальных задач принятия решений обобщает экстремальные задачи синтеза оптимальных стратегий обслуживания [2, 3] – оперативных планов снабжения ПДК дизельным топливом, построенных в рамках однокритериальных моделей обслуживания.

В целях разработки компьютерного инструментария для штатного решения вышеуказанных задач принятия решений в работе предлагаются алгоритмы синтеза стратегий обслуживания, реализующие в рамках концепции Парето [4] идеологию динамического программирования [5–7]. Технология реализации алгоритмов и результаты синтеза оптимальных по Парето стратегий обслуживания демонстрируются на численных примерах.

2. Математическая модель снабжения и постановки оптимизационных задач

Считается заданной группировка $O_n = \{o_1, o_2, ..., o_n\}$ стационарных объектов, расположенных соответственно в фиксированных точках l_1, l_2, ..., l_n $(l_1 \le l_2 \le ... \le l_n)$ общей рабочей зоны Ξ двух обслуживающих идентичных мобильных процессоров P_1 и P_2. Зона Ξ представляет собой отрезок L, начальная точка A которого является базовой для процессоров P_1 и P_2; конечная точка B является местом расположения объекта o_n. Из точки A, начиная от момента времени $t = 0$, процессор P_1 поступательно перемещается к конечной точке B и, последовательно останавливаясь у части объектов группировки O_n, выполняет их однофазное обслуживание. Процессор P_2 начинает прямолинейное движение из точки A в точку B в момент времени $t=\tau_0$ $(\tau_0 \ge 0)$ и выполняет однофазное обслуживание остальных объектов группы. Для дальнейшего удобно считать, что обслуживание объектов процессором P_1 реализуется в рейсе, именуемом λ_1, а обслуживание объектов процессором P_2 – в рейсе, именуемом λ_2 (*рис. 1*). Имеющие место при этом очевидные ограничения на структуры множеств объектов, соответствующих рейсам λ_1, λ_2 и группировке O_n, в теоретико-множественной нотации описываются выражением вида

$$\{o_j : o_j \in \lambda_1\} \cup \{o_j : o_j \in \lambda_2\} = O_n,$$
$$\{o_j : У \in \lambda_1\} \cap \{o_j : o_j \in \lambda_2\} = \varnothing.$$

Стратегией обслуживания будем называть произвольное подмножество элементов W из совокупности индексов $W = \{1, 2, ..., n\}$. Объекты, индексы которых входят в подмножество W, обслуживаются процессором P_1, остальные объекты – процессором P_2. Не связанные с обслуживанием объектов простои процессоров и одновременное обслуживание одним процессором двух и более объектов недопустимы.

С каждым объектом o_j ассоциируются две монотонно возрастающие (в нестрогом смысле) функции индивидуального штрафа $\varphi_j(t)$ и $\psi_j(t)$ выражающие

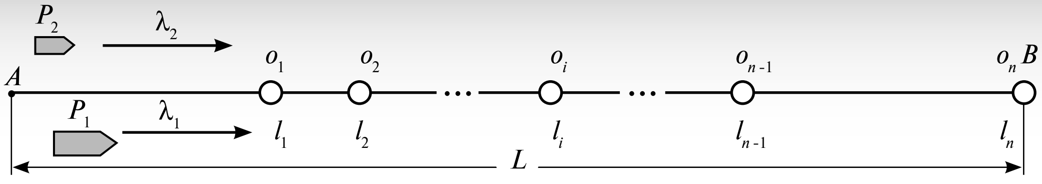

Рис. 1. Схема модели обслуживания стационарных объектов группировки O_n.

зависящие от момента завершения его обслуживания величины потерь. Если в силу специфики условий реализации обслуживания удобно говорить о потерях по объекту o_j, $j=\overline{1,n}$ за некоторый временной интервал $[p, q]$, то в этом случае величины потерь определяются соответственно как разности $\varphi_j(q) - \varphi_j(p)$ и (или) $\psi_j(q) - \psi_j(p)$. Для произвольного подмножества объектов штраф за отрезок времени $[p, q]$ определяется как сумма индивидуальных штрафов за этот промежуток времени по всем объектам подмножества или как максимальное значение из величин индивидуальных штрафов по всем объектам подмножества за этот промежуток времени.

Примем для используемых ниже норм времени следующие обозначения:

τ_j – длительность обслуживания объекта o_j процессором P_1 (P_2);

$\gamma_{j-1,j}$ – продолжительность перемещения процессора P_1 (P_2) между точками расположения соседних объектов o_{j-1} и o_j ($j=\overline{1,n}$), при этом $\gamma_{0,1}$ – продолжительность перемещения процессоров между базовой точкой A и точкой l_1. Параметры τ_j и $\gamma_{j-1,j}$ считаем принимающими целочисленные значения.

Любая стратегия облуживания однозначно определяет моменты начала и завершения обслуживания каждого из объектов группировки O_n. Для объекта o_j через $t_j^*(W), (j=\overline{1,n})$ обозначим момент завершения его обслуживания при реализации стратегии W.

Если объект o_j обслуживается в рейсе λ_1 ($j \in W$), то

$$t_j^*(W) = \sum_{k=1}^{j} \gamma_{k-1,k} + \sum_{k \in W(j)} \tau_k,$$

где $W(j)$ – совокупность не превосходящих j элементов из W. Если объект o_j обслуживается в рейсе λ_2 ($j \in N \backslash W$), то

$$t_j^*(W) = \sum_{k=1}^{j} \gamma_{k-1,k} + \sum_{k \in \{0..j\} \backslash W(j)} \tau_k.$$

С позиций повышения эффективности управления обслуживанием группировки объектов $o_1, o_2, ..., o_n$ в зависимости от эксплуатационной ситуации возникают следующие задачи.

Задача 1. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы

$$\min_W \left(\sum_{j=1}^{n} \varphi_j(t_j^*(W)),\ \max_j \psi_j(t_j^*(W))\right) \quad (1)$$

минимизации суммы индивидуальных штрафов φ_j и величины максимального из индивидуальных штрафов ψ_j по всем объектам группировки O_n.

Задача 2. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы

$$\min_W \left(\max_j \varphi_j(t_j^*(W)),\ \max_j \psi_j(t_j^*(W))\right) \quad (2)$$

минимизации величин максимального из индивидуальных штрафов φ_j и максимального из индивидуальных штрафов ψ_j по всем объектам группировки O_n.

Задача 3. Найти полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для бикритериальной проблемы

$$\min_W \left(\sum_{j=1}^{n} \varphi_j(t_j^*(W)),\ \sum_{j=1}^{n} \psi_j(t_j^*(W))\right) \quad (3)$$

минимизации сумм индивидуальных штрафов φ_j и ψ_j по всем объектам группировки O_n.

Замечание. Отметим важную для приложений интерпретацию задачи 3 для моделей, в которой объектам предписаны директивные сроки завершения обслуживания d_j ($j=\overline{1,n}$). Нарушение директивных сроков влечет за собой монотонно возрастающий в зависимости от продолжительности задержки штраф. Такой штраф равен нулю при $t \in [0, d_j]$ и определяется монотонно возрастающей функцией $\Phi_j(t - d_j)$ при $t > d_j$. В подобных моделях произвольную стратегию W целесообразно оценивать двумя аддитивными критериями вида:

$$Q_1(W) = \sum_{j=1}^{n} sign(\varphi_j(t_j^*(W))) -$$

число объектов, обслуживаемых с нарушениями директивных сроков, и

$$Q_2(W) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(t_j^*(W)) -$$

суммарный штраф. Возникающая при этом оптимизационная задача вида $min(Q_1(W), Q_2(W))$ является частным случаем бикритериальной проблемы (3).

3. Алгоритмы синтеза стратегий обслуживания

Для задач 1, 2, 3 в рамках концепции Парето сконструируем решающие алгоритмы на основе идеологии динамического программирования. При этом записью вида $eff(M)$ будем обозначать максимальное по включению подмножество недоминируемых в M векторов, где M – произвольное множество двумерных векторов-оценок. Также с целью компактного выражения соответствующих рекуррентных соотношений определим (специфическим образом для каждой из задач) двуместную операцию $\oplus$ с использованием записей x=(x_1, x_2) для обозначения соответственно двумерного вектора и множества векторов той же размерности.

3.1. Алгоритм решения задачи 1

Выражением вида $Y \oplus x$ будем обозначать совокупность v = (v_1, v_2) всех векторов, у которых первый компонент представим в виде $v_1 = y_1 + x_1$, а второй – определяется по правилу $v_2 = max\,(y_2, x_2)$, где $y = (y_1, y_2) \in$ Y.

Пусть $Z(i, D)$ – задача, отличающаяся от исходной задачи 1 следующим: функции индивидуального штрафа по объектам $o_1, o_2, ..., o_n$ тождественно нулевые, а общее время, затрачиваемое на обслуживание в рейсе λ_1 объектов группировки O_n, равно D. Обозначим через $E(i, D)$ полную совокупность эффективных оценок в задаче $Z(i, D)$.

Пары (i, D) далее будем именовать ситуациями. Не все ситуации реализуемы в процессах обслуживания. Так, для $i=1$ реализуемы только ситуации (1, τ_1) и (1, 0). Удобно считать, что для всех нереализуемых ситуаций (i, D) имеет место соотношение $E(i, D) = \{(+\infty, +\infty)\}$. Отметим также, что для всех значений параметра D, не принадлежащих множеству $\{0,1,2, ..., \sum_{k=1}^{n}\tau_k\}$, ситуации ($i$, D) нереализуемы.

В частности, $E(i, D) = \{(+\infty, +\infty)\}$ при всех отрицательных значениях D.

Как очевидно, ситуация (1, 0) соответствует обслуживанию объекта o_1 в рейсе λ_2 которое завершается в момент времени $\gamma_{0,1}+\tau_1+\tau_0$. В то же время ситуация $(1,\tau_1)$ описывает обслуживание объекта o_1 в рейсе λ_1 завершающееся в момент времени $\gamma_{0,1}+\tau_1$. При $D \notin \{0,\tau_1\}$ величины $E(1, D)$ смысла не имеют. Поэтому для задачи 1 имеют место соотношения

$$E(1,0) = \{(\varphi_1(\gamma_{0,1}+\tau_1+\tau_0), \psi_1(\gamma_{0,1}+\tau_1+\tau_0))\}, \quad (4)$$

$$E(1,\tau_1) = \{(\varphi_1(\gamma_{0,1}+\tau_1), \psi_1(\gamma_{0,1}+\tau_1))\}, \quad (5)$$

$$E(1,D) = \{(+\infty,+\infty)\} \text{ при } D \notin \{0,\tau_1\}. \quad (6)$$

Пусть все значения $E(i, D)$ для некоторого $i \in \{1,2, ..., n-1\}$ уже найдены. При отыскании значений $E(i+1,D)$ следует учитывать следующие две возможности:

✦ объект o_{i+1} обслуживается в рейсе λ_1 и тогда рассматриваемой ситуации $(i+1,D)$ непосредственно предшествует ситуация $(i, D-\tau_{i+1})$;

✦ объект обслуживается в рейсе λ_2 и тогда ситуации $(i+1,D)$ непосредственно предшествует ситуация $(i\,,D)$.

С учетом указанных возможностей получаем соотношение

$$E(i+1,D)=eff(K_1,\ K_2). \quad (7)$$

Аргументы K_1, K_2 выражения (7) ниже именуем соответственно его первым и вторым компонентами. Их значения вычисляются по формулам

$$K_1 = E(i, D-\tau_{i+1}) \oplus (\phi_{i+1}(\xi),\ \psi_{i+1}(\xi)),$$

$$K_2 = E(i,D) \oplus (\varphi_{i+1}(\xi),\ \psi_{i+1}(\xi)), \quad (8)$$

где $\xi = \sum_{k=0}^{i}\gamma_{k,k+1} + D, \xi = \sum_{k=0}^{i}\gamma_{k,k+1} - D + \sum_{k=0}^{i}\tau_{k+1}$.

Таким образом, полная совокупность эффективных оценок E в задаче 1 определяется равенством

$$E = eff\,(\bigcup_{D=0}^{\sum_{k=1}^{n}\tau_k} E(n,D)). \quad (9)$$

Формулы (4) – (7) суть рекуррентные соотношения динамического программирования, позволяющие совместно с (9) получить решение задачи 1. Процесс вычислений по ним удобно представлять как последовательное заполнение таблицы значений функции $E(i, D)$, строки которой соответствуют значениям индекса i ($i \in \{1,2, ..., n-1\}$), а столбцы – значениям параметра D ($D \in \{0, 1, 2, ..., \sum_{k=1}^{n}\tau_k\}$).

Таблица заполняется по строкам в порядке возрастания индекса i. Фиксируя в процессе вычислений по формуле (7) для каждого найденного значения $E(i+1,D)$ номер компонента, который попал в множество недоминируемых оценок на этом этапе и номер оценки из совокупности $E(i, D)$ или $E(i,D-\tau_{i+1})$, из которой было получено текущее значение, а также определяя значения параметра D, при которых соответствующие оценки попадают в множество недоминируемых на последнем этапе (7), легко строим Парето-оптимальную стратегию обслуживания.

Общее число выполняемых алгоритмом построения полной совокупности эффективных оценок элементарных операций прямо пропорциональ-

Таблица 1.

Вид функций штрафа и значения параметров для примера 1

i	0	1	2	3	4	5
$\gamma_{i,i+1}$	2	4	3	5	4	
τ_i	4	1	2	1	3	1
φ_{i+1}		$\begin{cases} 0 \text{ при } t \le 0, \\ 3\,(t-30) \text{ при } t > 30 \end{cases}$	$\begin{cases} 0 \text{ при } t \le 16, \\ 2(t-16) \text{ при } t > 16 \end{cases}$	$\begin{cases} 0 \text{ при } t \le 12, \\ 3(t-12) \text{ при } t > 12 \end{cases}$	$2t$	t
ψ_{i+1}		$3t$	t	$3t$	t	$t+8$

но количеству вычисляемых значений функции $E(i, D)$, т.е. оценивается величиной $O(T{\cdot}n{\cdot}m)$, где

$$T = \sum_{k=1}^{n} \tau_k ,$$

$m(i, D)$ – число возможных оценок в задаче $E(i, D)$,

$$m = max(|\bigcup_{D=1}^{T} E(n, D)\,|,\, max(\max_{2\le i\le n}\ \max_{0\le D\le T} m(i,D))).$$

Поскольку величина m имеет порядок 2^n, то вышеприведенная оценка числа операций имеет экспоненциальный характер.

Процедуру решения задачи 1 можно представить как последовательное выполнение следующих двух этапов.

1. Построение полной совокупности эффективных оценок путем реализации вычислительного процесса по соотношениям (4) – (9).

2. Построение совокупности Парето-оптимальных стратегий облуживания, соответствующих полученным эффективным оценкам.

Для практической реализации обычно выбирается только одна стратегия обслуживания, которую ЛПР сочтет наиболее целесообразной. В этом случае на втором этапе осуществляется построение единственной стратегии обслуживания, соответствующей выбранной ЛПР эффективной оценке.

Пример 1. Требуется построить полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания для функций штрафа и значений параметров модели обслуживания, представленных в *табл. 1.*

По условиям примера индекс i принимает целочисленные значения от 1 до 5, а параметр D принимает аналогичные значения из отрезка [0, 8]. Соответствующие значения функции $E(i, D)$ фиксируем в *табл. 2*; при этом значения $(+\infty, +\infty)$ в таблицу не вносим.

В процессе вычислений по формуле (7) для каждого найденного значения функции $E(i+1, D)$ фиксируется номер оценки из совокупности $E(i, D)$ (или $E(i, D-\tau_{i+1})$, из которой было получено текущее значение. Этот номер как первое число скобочной пары вносится в клетку $(i+1, D)$ *табл. 2* одновременно с записываемым в нее значением $E(i+1, D)$ в качестве второго числа скобочной пары в клетку *табл. 2* вносится номер компонента, из которого была получена текущая оценка.

Согласно формуле (9) совокупность эффективных оценок в рассматриваемой задаче получается применением операции *eff* к множеству значений $E(5, D)$. Таким образом, E={(68, 30), (59, 31)}.

Пусть теперь из данной совокупности выбрана оценка (68, 30). Как очевидно, соответствующее значение параметра D равно двум. Используя индексы в скобках, получаем Парето-оптимальную стратегию обслуживания W_1={3, 5}. Аналогичным образом можно построить соответствующую оценке (59, 31) Парето-оптимальную стратегию W_2={3, 4, 5}.

Таблица 2.

Таблица значений функции $E(i, D)$ в примере 1

i\D	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0, 21	0, 9							
2	0, 21 (1, 2)	0, 12 (1, 2)	0, 21 (1, 1)	0, 9 (1, 1)					
3	15, 51 (1, 2)	0, 30 (1, 1)	0, 33 (1, 1)	0, 36 (1, 1)	3, 39 (1, 1)				
4	65, 51 (1, 2)	48, 30 (1, 2)	46, 33 (1, 2)	44, 36 (1, 2)	36, 30 (1, 1)	38, 33 (1, 1)	40, 36 (1, 1)	45, 39 (1, 1)	
5	95, 38 (1, 2)	77, 37 (1, 2)	68, 30 (1, 1)	67, 33 (1, 1)	62, 34 (1, 2)	59, 31 (1, 1)	62, 33 (1, 1)	65, 36 (1, 1)	71, 39 (1, 1)

3.2. Алгоритм решения задачи 2

Через $Y \oplus x$ будем обозначать совокупность всех векторов $v = (v_1, v_2)$, первый компонент которых представим в виде $v_1 = max(y_1, x_1)$, а второй компонент определяется по формуле $v_2 = max(y_2, x_2)$, где $y = (y_1, y_2) \in Y$.

Использование введенного определения операции $\oplus$ при вычислении по формуле (8) значений компонентов K_1, K_2 и позволяет путем реализации соотношений (4) – (9) найти по изложенной в подразделе 3.1 технологии множество эффективных оценок и им соответствующие Парето-оптимальные стратегии обслуживания.

Пример 2. Требуется построить полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания в задаче 2 на исходных данных из *табл. 1.*

Реализовав счет по соотношениям (4) – (9), получаем следующее множество эффективных оценок – $E = \{(48,30),(36,31),(34,51)\}$. Восстанавливая стратегии, соответствующие оценкам множества E получаем $W_1 = \{3,5\}$, $W_2 = \{3,4,5\}$, $W_3 = \{2,3,5\}$ соответственно.

3.3. Алгоритм решения задачи 3

Выражением вида $Y \oplus x$ будем обозначать совокупность всех векторов $v = (v_1, v_2)$, у которых первый компонент представим в виде $v_1 = y_1 + x_1$, а второй – определяется по правилу $v_2 = y_2 + x_2$, где $y = (y_1, y_2) \in Y$.

Использование введенного определения операции $\oplus$ при вычислении по формуле (8) значений компонентов K_1 и K_2 позволяет путем реализации соотношений (4) – (7) и (9) найти по изложенной в п.3.1 технологии множество эффективных оценок и им соответствующие Парето-оптимальные стратегии обслуживания.

Пример 3. Требуется построить полную совокупность Парето-оптимальных стратегий обслуживания в задаче 3 на исходных данных из *табл. 1.*

Реализовав счет по рекуррентным соотношениям (4) – (9), получаем следующее множество эффективных оценок – $E = \{(59, 113), (62, 105)\}$ и им соответствующие Парето-оптимальные стратегии W_1={3, 4, 5}. и W_2={1, 3, 4, 5}.

4. Результаты вычислительных экспериментов

Предложенные алгоритмы решения задач 1 – 3 были реализованы программно в среде Microsoft Visual Studio* 2008 на языке C# и экспериментально исследованы для практически значимых значений размерности задачи n=15,16,17...30; для каждого значения *n* решалось по 20 задач. При этом в качестве функций индивидуального штрафа использовались зависимости вида

$$\varphi(i, \bar{t}) = \begin{cases} 0, & при \;\; \bar{t} \le d_i, \\ a_i \cdot [\bar{t} - d_i], & при \;\; \bar{t} > d_i, \end{cases}$$

$$\psi(i, \bar{t}) = \begin{cases} 0, & при \;\; t \le \bar{t}_i + \tau_i + td_i, \\ \bar{t} - (t_i + \tau_i + td_i), & при \;\; \bar{t} > t_i + \tau_i + d_i. \end{cases}$$

Первая функция соответствует штрафу за нарушение директивного срока $d_i = t_i + \tau_i + dt_i$; вторая функция определяет продолжительность непроизводительного простоя ПДК по причине отсутствия дизельного топлива; t_i – момент окончания основного запаса топлива на борту ПДК; dt_i – момент окончания резервного запаса топлива ПДК; dt_i – продолжительность простоя, не нарушающего сроков поставки НСМ. Целочисленные характеристики решаемых задач генерировались по равномерному закону распределения из следующих диапазонов значений: $t_i \in [10,60]$, $\tau_i \in [4,20]$, $td_i \in [0,7]$, $dt_i \in [0,5]$, $a_i \in [1,10]$, $\gamma_{i,j} \in [10,60]$.

Для каждого набора значений параметров были решены задачи 1 – 3. Графики зависимости времени работы решающих алгоритмов от размерности задачи представлены на *рис. 2.*

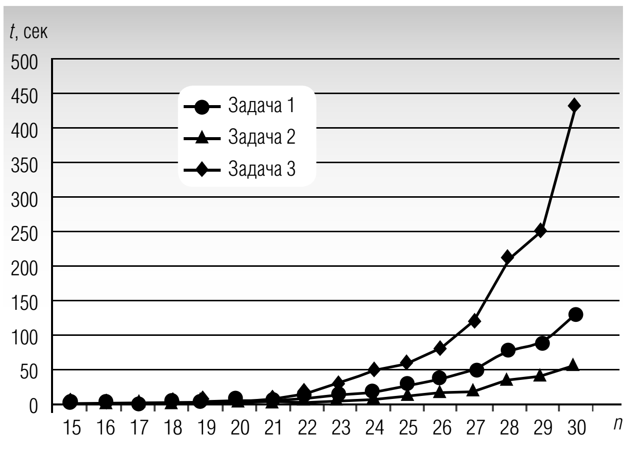

Рис. 2. Зависимость времени работы алгоритмов решения задач 1 – 3 от размерности группировки объектов.

5. Заключение

В статье построены модели однофазного обслуживания совокупности стационарных объектов при наличии двух процессоров, осуществляющих попутное движение. Данные бикритериальные модели адекватно описывают известные на внутреннем водном транспорте технологии снабжения группировки плавучих добывающих комплексов.

Разработанные в рамках моделей рекуррентные процедуры динамического программирования позволяют строить полные совокупности эффективных оценок для всех сформулированных в работе задач. Такой подход к оптимизации процессов диспетчеризации предоставляет возможность ЛПР при принятии решения путем выбора той или иной эффективной оценки (и построения соответствующей ей стратегии) оперативно учитывать складывающуюся эксплуатационную обстановку и, возможно, специфические неформализуемые обстоятельства.

Для практически значимых размерностей рассмотренных моделей ($n \le 30$) временные затраты синтеза стратегий обслуживания с запасом покрывают допускаемую производственным регламентом диспетчера длительность автоматизированного формирования стратегии обслуживания – 15 минут. Отмеченное обстоятельство позволяет рекомендовать предложенные в работе модели и алгоритмы для использования в компьютерных системах поддержки управления снабжением дизельным топливом группировок плавучих добывающих комплексов, функционирующих в крупномасштабных русловых районах внутренних водных путей РФ. Прототип такой системы хорошо зарекомендовал себя в процессе экспериментальной эксплуатации в Камском грузовом районе Казанского речного порта. ■

Литература

1. Синий А.В., Федосенко Ю.С. Базовые математические модели снабжения топливом земснарядов в крупномасштабных районах русловой добычи нерудных строительных материалов // Международный научно-промышленный форум «Великие реки’ 2004. Генеральные доклады». Нижний Новгород. Изд. ННГАСУ, 2004. С. 468-470.
2. Коган Д.И., Федосенко Ю.С. Задачи синтеза оптимальных стратегий обслуживания стационарных объектов в одномерной рабочей зоне процессора // Автоматика и телемеханика. 2010. №10. С. 50-62.
3. Коган Д.И., Федосенко Ю.С., Дуничкина Н.А. Задачи обслуживания линейно рассредоточенных стационарных объектов перемещающимися процессорами II // VI Московская международная конференция по исследованию операций (ORM’ 2010), Москва, 19 -23 октября 2010 г.: Труды. – М.: МАКС Пресс, 2010. С. 298-299.
4. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 255 с.
5. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования: Пер. с англ. – М.: Наука, 1965. – 457 с.
6. Klamroth K., Wiecek M. Dynamic Programming Approaches to the Multiple Criteria Knapsack Problem // Technical Report #666. Dept. of Math. Sc., Clemson University. Clemson, SC, 1998.
7. Коган Д.И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация. – Нижний Новгород: Изд. Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, 2005. – 260 с.
8. Ульянов М.В., Наумова О.А., Яковлев И.А. Прогнозирование временных оценок для табличного решения задачи оптимальной упаковки на основе функции трудоемкости // Бизнес-информатика. 2010. №3(05). С. 37-46.