DOI: 10.17323/2587-814X.2020.3.24.34

Экономичный размер заказа с учетом дополнительной информации об известном квантиле функции распределения объема продаж товара

Ж.Н. Зенкова
E-mail: zhanna.zenkova@mail.tsu.ru

У. Мусони
E-mail: wmusoni@uok.ac.rw

Национальный исследовательский Томский государственный университет
Адрес: 634030, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

Аннотация

В современной логистике и управлении цепями поставок задача управления запасами является первостепенной. От точности расчета объемов и сроков заказов напрямую зависят общие затраты предприятия, а следовательно, и его прибыль. В данной работе решалась задача повышения точности расчета экономичного объема заказа товара за счет привлечения дополнительной информации об известном квантиле заданного уровня функции распределения объемов спроса на товар. Информация о квантиле использовалась при перерасчете годовой потребности в товаре, базирующейся на модифицированной оценке математического ожидания объема продаж за период, которая является асимптотически несмещенной, нормальной и асимптотически более точной, чем традиционное выборочное среднее в смысле среднеквадратической ошибки. Приведены новые формулы расчета экономичного объема заказа, а также доверительного интервала для него, которые были апробированы на реальных данных о помесячных объемах продаж товара крупной торговой сети за два года. Показано, что классический расчет приводит к недооценке объема экономичного размера заказа, что в свою очередь, увеличивает риск возникновения дефицита, а значит, и падение качества логистического обслуживания. Новый способ расчета также показал, что период между заказами должен быть на один день короче. Работа носит практически значимый характер, по ее результатам предприятию даны рекомендации.

Ключевые слова: экономичный размер заказа; выборочное среднее; дополнительная информация; квантиль функции распределения; модифицированная оценка среднего; модифицированный доверительный интервал; точность оценивания; среднеквадратическая ошибка.

Цитирование: Зенкова Ж.Н., Мусони У. Экономичный размер заказа с учетом дополнительной информации об известном квантиле функции распределения объема продаж товара // Бизнес-информатика. 2020. Т. 14. № 3. С. 24–34. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.3.24.34

Введение

В борьбе за внимание потребителя, качество его обслуживания и повышение уровня его удовлетворенности [1] современные предприятия все больше ориентируются на улучшение точности прогнозирования будущей потребности в товаре, одновременно снижая риски возникновения дефицита и излишков, стараясь внедрять вытягивающие производственные системы на всем протяжении логистической цепи и выстраивая все производственные процессы исходя из конечной потребности в товаре [2]. Зная достаточно точно объем будущей потребности, предприятие может обеспечить поставки сырья, материалов и товаров с минимальными затратами и минимальными рисками сбоя производственного процесса из-за нехватки товара или затоваривания складов, притом практически точно в срок [3, 4]. Заметим, что в данном случае торговля также рассматривается как производство. Поэтому в современной логистике для поиска лучшей оценки потенциального спроса используются всевозможные математические модели различного уровня сложности [5–8], в том числе те, которые привлекают дополнительную информацию для снижения ошибки прогноза и улучшения качества оценивания [9–11] и классификации товаров [6, 12].

В данной работе предлагается новый, более точный способ расчета экономичного размера заказа и его доверительных интервалов с использованием дополнительной информации о квантиле функции распределения объемов продаж. Источником дополнительной информации могут быть логисты, маркетологи, аналитики фирмы, которые обладают достаточно широкими знаниями специфики работы предприятия и особенностей организации поставок и хранения товаров. Также учитываются ограничительные параметры, например, максимальный объем склада и наблюдавшаяся частота случаев его переполнения. Обычно такие знания игнорируются, хотя могут быть использованы с выгодой, поскольку давно известно, что дополнительная информация помогает улучшить качество статистических процедур [6–13]. Также стоит отметить, что привлечение информации о квантиле уже рассматривалось в ряде работ [13–18], при этом использовался метод проектирования оценки функции распределения в априорный класс. В нашем случае используется такая модифицированная оценка среднего, для которой не требуется предварительно строить модифицированную эмпирическую функцию распределения (ЭФР) и вычислять оценку среднего значения показателя методом подстановки ЭФР в интеграл математического ожидания, что несколько упрощает расчеты.

В итоге следует подчеркнуть, что в данном исследовании дополнительная информация позволила существенно снизить среднеквадратическую ошибку оценки годовой потребности в материалах, и, следовательно, повысить точность расчета экономичного размера заказа.

1. Экономичный размер заказа с учетом дополнительной информации об известном квантиле функции распределения объема продаж товара

Расчет экономичного или оптимального размера заказа (economic order quantity, EOQ) представляет собой классическую задачу логистики [3]. В рамках этой задачи определяется такой размер заказа X_o, который приводит к минимизации общих затрат на его размещение и хранение, что в конечном счете влияет не только на прибыль компании, но и на ее рыночную стоимость [19]. Размер EOQ напрямую воздействует на многие логистические процессы фирмы и логистической цепи в целом [20], вплоть до выбора упаковки [21] и вида транспорта для доставки [22]. Неточности в расчетах EOQ могут привести к возникновению так называемого эффекта хлыста [23, 24], который нередко приводит к колоссальным убыткам, как это было впервые выявлено компанией Procter & Gamble при продаже памперсов [25, 26].

Классическая формула для EOQ с учетом потерь, связанных с замораживанием оборотного капитала, получается путем минимизации функции ежегодных общих затрат на закупку и размещение заказа в размере X:

$$TC\left(X\right)=\frac{M}{X}\cdot k+\frac{X}{2}\cdot P\cdot(l+z), \qquad (1)$$

где M – годовая потребность в товаре (запасе);

k – постоянные затраты на размещение одного заказа;

P – среднегодовая стоимость единицы рассматриваемого товара (запаса);

z – доля от цены, не полученная из-за замораживания оборотного капитала в запасе товара в течение года (в качестве минимального значения можно рассмотреть текущую ключевую ставку Центробанка[1] или размер минимальной ставки по депозитным счетам коммерческих банков);

l – норма расходов на хранение в течение года, доля от цены P.

Фактически первое слагаемое в функции затрат (1), равное $\frac{M}{X}\cdot k$, – это затраты на размещение заказов в объеме X в течение года, при этом количество заказов в год $r=\frac{M}{X}$. Второе слагаемое $\frac{X}{2}\cdot P\cdot(l+z)$ – средняя стоимость хранения запаса в течение года. Нетрудно доказать, что минимальное значение функции ежегодных общих затрат достигается при условии

$$TC'(X)=-\frac{M}{X^2}\cdot k+\frac{1}{2}\cdot P\cdot(l+z)=0, \qquad (2)$$

если

$$X_o=\sqrt{\frac{2Mk}{P(l+z)}}. \qquad (3)$$

Заметим, что формула (3) может быть применима только для достаточно стабильного спроса на товар [27], т.е. фактически для товаров из группы X согласно классификации методом XYZ-анализа [3, 4, 6]. Иначе говоря, формула применима для таких товаров, для которых CV – коэффициент вариации ряда значений спроса (продаж) не превышает 10%. Здесь CV выражается формулой:

$$CV=\frac{\sqrt{S^2}}{\overline{X}}\cdot 100\%. \qquad (4)$$

В данной формуле

$$\overline{X}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X_i \qquad (5)$$

представляет собой средний уровень спроса (продаж),

$$S^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(X_i-\overline{X}\right)^2 \qquad (6)$$

– выборочная оценка дисперсии [28], X_1, X_2, ..., X_N –объемы продаж (спроса) на товар в течение года, N – количество рассматриваемых периодов в течение года.

Предположим, что бизнес-экспертам компании известно, что в течение некоторого периода общий уровень спроса на товар не превышал определенного порогового уровня x_q в $q\cdot 100\%$ случаев. Фактически, если предположить, что объем спроса (продаж) X представляет собой случайную величину с функцией распределения $F(x)=P(X<x)$, то подобная информация может быть представлена в виде

$$F(x_q)=q, \qquad (7)$$

где x_q – известный квантиль функции распределения (ФР) известного уровня q.

Используем дополнительную информацию о квантиле ФР для улучшения качества оценивания EOQ (3). Для этого предположим, что $\{X_1, X_2, ..., X_N\}$ – выборка объема N – независимые, одинаково распределенные случайные величины с ФР $F(x)$. Тогда можно построить более точную оценку годовой потребности в товаре (запасе), используя модифицированную оценку среднего уровня спроса с учетом дополнительной информации вида (7), по формуле:

$$M^q=m\cdot\overline{X}^q, \qquad (8)$$

где m – число периодов в году (например, $m=12$, если рассчитывается среднемесячный спрос),

$$\overline{X}^q=\frac{1}{N(N-1)}\cdot\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,i\neq j}^{N}X_i\cdot\left(1-\frac{\left(I_{(X_i<x_q)}-q\right)\cdot\left(I_{(X_j<x_q)}-q\right)}{q(1-q)}\right) \qquad (9)$$

– модифицированная оценка среднего спроса за период [12]. Эта оценка является асимптотически несмещенной и нормальной, ее дисперсия определяется формулой [12]:

$$Var\left\{\overline{X}^q\right\}=\sigma^2-E^2\left\{\frac{X\cdot\left(I_{\{X<x_q\}}-q\right)}{q(1-q)}\right\}+O\left(\frac{1}{N}\right), \qquad (10)$$

где

$$\sigma^2=N\cdot Var\left\{\overline{X}\right\}=Var\left\{X\right\}. \qquad (11)$$

При этом нетрудно убедиться, что из формулы (10) следует, что

$$\sigma_q^2=\lim_{x\to\infty}N\cdot Var\left\{\overline{X}^q\right\}=\sigma^2-\left(\sqrt{\frac{1-q}{q}}\cdot\int_{-\infty}^{x_q}xdF(x)-\sqrt{\frac{q}{1-q}}\cdot\int_{x_q}^{+\infty}xdF(x)\right)^2. \qquad (12)$$

[1] https://www.cbr.ru/hd_base/KeyRate/

Отсюда очевидно, что $\sigma_q^2 \le \sigma^2$, т.е. в силу асимптотической несмещенности для достаточно больших объемов наблюдений привлечение дополнительной информации об известном квантиле приводит к снижению нормированной на N среднеквадратической ошибки (mean squared error, MSE):

$$N \cdot \mathrm{MSE}\left\{\bar{X}^q\right\} = N \cdot E\left(\bar{X}^q - a\right)^2 \le \sigma^2 = \\ = N \cdot E\left(\bar{X} - a\right)^2, \qquad (13)$$

а значит, и к улучшению точности оценивания среднего объема спроса. Здесь $a = EX$.

Заметим, что оценка среднего с учетом квантиля [13], полученная с применением метода проекций [9], имеет схожую асимптотическую дисперсию (12). Преимуществом оценки (9) можно считать то, что для ее использования не требуется никаких предварительных действий, а именно, построения оценки ФР и ее проектирования в априорный класс с последующей подстановкой модифицированной оценки ФР в интеграл для математического ожидания.

На *рисунке 1* приведен график зависимости σ_q^2 от q для $F(x) = R_{(0,1)}(x)$ – равномерного в (0,1) распределения, для которого $\sigma^2 = 1/12$. На *рисунке 2* представлен аналогичный график для $F(x) = N_{(0,1)}(x)$ – стандартного нормального распределения с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2 = 1$. На *рисунке 3* показан соответствующий график для экспоненциального распределения $F(x) = 1 - e^{-x}$, $x \ge 0$, с параметром $\lambda = 1$, $\sigma^2 = 1/\lambda = 1$. Из графиков видно, что учет дополнительной информации о квантиле позволил существенно улучшить качество оценивания для всех трех случаев, для достаточно больших объемов наблюдений N.

Знание асимптотической нормальности позволяет получить доверительные интервалы с уровнем доверия γ для модифицированного среднего (здесь L – нижняя граница, H – верхняя граница):

$$L^q = \bar{X}^q - \frac{z_\gamma \cdot \sigma_q}{\sqrt{N}}; \qquad (14)$$

$$H^q = \bar{X}^q + \frac{z_\gamma \cdot \sigma_q}{\sqrt{N}}, \qquad (15)$$

где $\sigma_q = \sqrt{\sigma_q^2}$, σ_q^2 рассчитывается по формуле (12).

Таким образом, более точная модифицированная формула для расчета экономичного размера заказа может быть найдена по формуле:

$$X_o^q = \sqrt{\frac{2M^q \cdot k}{P(l+z)}}, \qquad (16)$$

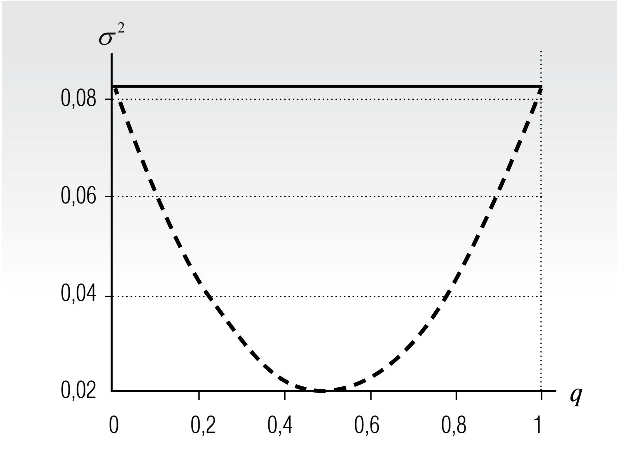

Рис. 1. График зависимости σ_q^2 от q и $\sigma^2 = 1/12$ для $F(x) = R_{(0,1)}(x)$

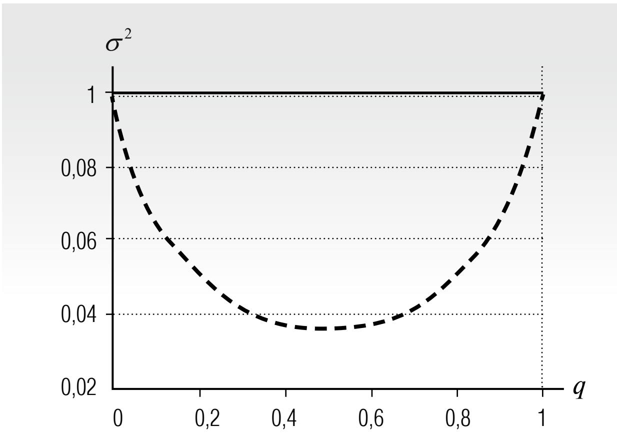

Рис. 2. График зависимости σ_q^2 от q и $\sigma^2 = 1$ для $F(x) = N_{(0,1)}(x)$

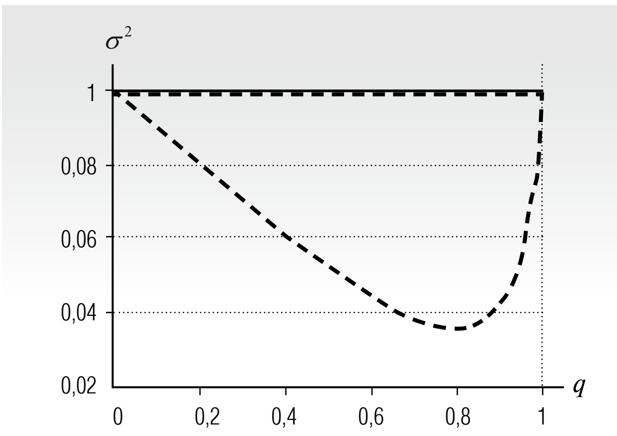

Рис. 3. График зависимости σ_q^2 от q и $\sigma^2 = 1$ для $F(x) = 1 - e^{-x}$, $x \ge 0$

где $M^q = m \cdot \bar{X}^q$, $\bar{X}^q$ – средний уровень спроса за период, m – число периодов в году. Доверительные интервалы с уровнем доверия γ для модифицированного экономичного размера заказа выглядят следующим образом:

$$L_{EOQ^q} = \sqrt{\frac{2mk}{P(l+z)}\left(\bar{X}^q - \frac{z_\gamma \cdot \sigma_q}{\sqrt{N}}\right)}; \quad (17)$$

$$H_{EOQ^q} = \sqrt{\frac{2mk}{P(l+z)}\left(\bar{X}^q + \frac{z_\gamma \cdot \sigma_q}{\sqrt{N}}\right)}, \quad (18)$$

где z_γ – квантиль уровня $\frac{1+\gamma}{2}$ стандартного нормального распределения.

Вероятность доверия γ применяется как мера регулирования уровня риска, она устанавливается логистами предприятия, исходя из следующих соображений:

1. Поскольку для высокоприбыльных товаров группы А (здесь – АХ) дефицит критичен и ведет к прямым убыткам [29], в качестве основы для расчетов параметров системы управления запасами рекомендуется использовать верхнюю границу H_{EOQ^q}. Риск возникновения дефицита при этом составит $R_D = \frac{1-\gamma}{2}$.

Например, если нужно обеспечить уровень логистического сервиса, при котором R_D допускается на уровне не более 2%, то γ = 0,96, а для R_D = 5% γ = 0,9. Однако стоит отметить, что чем меньше риск R_D, тем больше γ, шире доверительный интервал и больше значение H_{EOQ^q}. Следовательно, нужно увеличивать вложения в запасы (это «плата» за высокий уровень сервиса). В зависимости от стратегии фирмы H_{EOQ^q} применяется и для расчетов параметров системы пополнения запаса для товаров группы В (ВХ), но с более высоким уровнем R_D.

2. Нижнюю границу L_{EOQ^q} целесообразно использовать для малоприбыльных товаров группы С (СХ), по которым крайне важно снижение риска возникновения излишков $R_S = \frac{1-\gamma}{2}$.

Это означает, что если предприятие избирает стратегию максимального удовлетворения клиента, то выбирается более высокий уровень R_S (например, R_S = 10%). Тогда нужно производить расчет доверительной границы L_{EOQ^q} при γ = 0,8. Если же предприятие нацелено на сокращение затрат, то нужно снижать R_S (например, при R_S = 1% γ = 0,98). При этом рост γ равносилен снижению объемов L_{EOQ^q}, а, значит сокращению запасов. В зависимости от стратегии фирмы L_{EOQ^q} применяется и для расчетов параметров системы пополнения запаса для товаров группы В (ВХ), но с более низким уровнем R_S.

Отметим, что равенство уровней рисков дефицита R_D и излишков R_S обусловлено симметричностью стандартного нормального распределения: вероятность «попасть» правее верхней границы доверительного интервала равна «попаданию» левее нижней границы. Напомним, что рассмотрение здесь только групп АХ, ВХ и СХ, полученных согласно классификации методом совместного ABC–XYZ анализа [4, 6], обусловлено тем, что расчет экономичного размера заказа EOQ допустим только для товаров со стабильным спросом из группы Х.

Также отметим, что современные базы данных позволяют отслеживать спрос на товар (запас) с его детализацией не только с точностью до недель или дней, но и до часов. Таким образом, количество периодов можно считать достаточно большим, чтобы использовать более точную формулу (16).

2. Расчет оптимального размера заказа на основе реальных данных

Предложенная в работе модифицированная методика расчета апробировалась на реальных данных о продажах крупной торговой сети. Рассматривались месячные объемы продаж за 2017–2018 гг. (более детальное рассмотрение здесь нецелесообразно в виду потери наглядности применения методики). В *таблице 1* и на *рисунке 4* приведены месячные значения продаж за два года и график их динамики. В целях сохранения коммерческой тайны название предприятия и товара не конкретизируются, однако стоит отметить, что товар не является скоропортящимся, срок его хранения превышает три года.

Исходя из приведенных данных, средний уровень продаж (5) в месяц составляет $\bar{X}$ = 7 835,75 шт., а выборочная дисперсия (6) S^2 = 402 546,98 шт.^{2}. При этом коэффициент вариации (4) составляет CV = 8,10%, что позволяет сделать вывод о стабильности спроса на данный товар (товар принадлежит группе Х).

Любопытно отметить, что рассматриваемые данные оказались нормально распределенными, что было подтверждено с помощью критерия Шапиро–Уилка [30] с достигнутым уровнем значимости p-value = 0,691. На *рисунке 5* приведен график ЭФР

Таблица 1.

Объем продаж товара за 2017–2018 гг., шт./мес.

Год	2017	2018
январь	9 081	7 953
февраль	7 578	6 267
март	7 578	7 700
апрель	8 044	7 747
май	8 490	7 780
июнь	7 587	7 110
июль	7 031	7 392
август	7 560	7 328
сентябрь	8 258	7 776
октябрь	7 609	8 586
ноябрь	7 501	8 302
декабрь	7 898	8 999

$F_N(x)$ (для удобства восприятия функция отображается в виде точек) и соответствующего нормального распределения $N_{(7\,835{,}75;\,402\,546{,}98)}(x)$.

Годовая потребность в товаре в среднем составляет $M = 94\,029$ шт. Предприятие указало среднюю цену на товар за период $P = 110$ руб./шт., оценив затраты на хранение в 50% от цены, т.е. $l = 0{,}5$ при $z = 0{,}06$. Стоимость размещения одного заказа $k = 5\,000$ руб. В результате

$$X_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 94\,029 \cdot 5\,000}{110 \cdot 0{,}56}} = 3\,906{,}97 \text{ шт.}$$

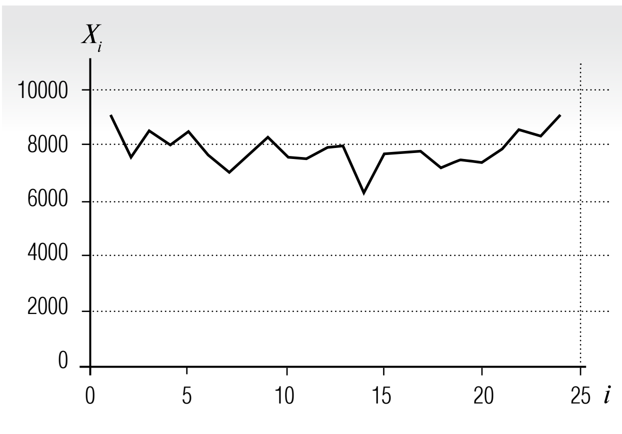

Рис. 4. График динамики продаж товара за 2 года, шт./мес.

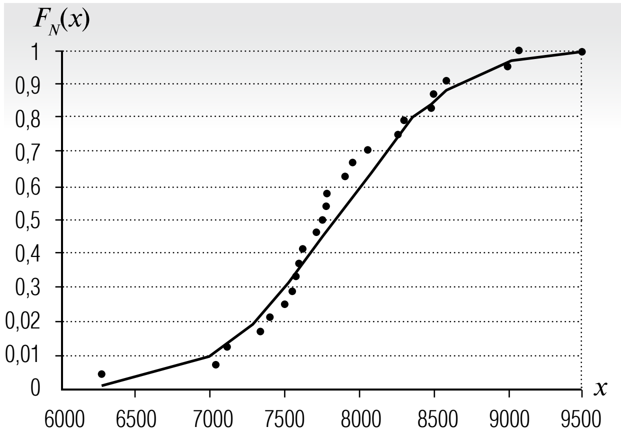

Рис. 5. Графики $F_N(x)$ (точки) и $N_{(7\,835{,}75;\,402\,546{,}98)}(x)$ (сплошная линия)

Поскольку данный товар является неделимым, найдем оптимальный целый X_o как один из ближайших целых аргументов, доставляющих минимум функции общих затрат:

$$TC(3\,906) = 240\,669{,}623 > TC(3\,907) = \\ = 240\,669{,}616 \text{ руб./г.}$$

В итоге $X_o^q = 3907$ шт., следовательно, количество заказов в год составит как минимум $r = \left\lceil \frac{94\,029}{3907} \right\rceil = 24$ раза с периодичностью между заказами $\left\lfloor \frac{365}{24{,}07} \right\rfloor = \lfloor 15,\ 16 \rfloor = 15$ дней для товаров категории АХ и $\lceil 15,\ 16 \rceil = 16$ дней для категории СХ.

Для категории ВХ выбор количества дней между поставками (15 или 16) зависит, прежде всего, от стратегических целей фирмы.

При проведении рассчетов предприятие предоставило дополнительную информацию о том, что в течение довольно длительного времени (более двух лет) в 95% случаев ежемесячные продажи данного товара не превышали 9000 шт./мес., т.е. $F(x_q) = F(9000) = q = 0{,}95$. Это позволяет применить более точный способ расчета экономичного размера заказа (16).

Для корректности использования модифицированной статистики была проверена статистическая гипотеза о взаимной независимости данных критерием серий [31], который подтвердил независимость с достигнутым уровнем значимости p-value = 0,53161.

В результате было получено, что $\bar{X}^q = 8\,162{,}93$ шт./мес, $M^q = 12 \cdot 8\,162{,}93 = 97\,955{,}16$ шт./г. Тогда $X_o^q = 3\,987{,}71$ шт., минимум функции затрат достигается при $X_o^q = 3\ 988$ шт., частота заказов составила $r^q = 24,\ 56$, т.е. минимум 24 раза в год. При этом период между заказами изменился на 14,86 дня. Это означает, что если согласно совместному ABC-XYZ анализу рассматриваемый товар принадлежит группе AX, то его надо заказывать один раз в 14 дней, для BX и CX – один раз в 15 дней. На *рисунке 6* приведены графики зависимостей общих затрат на пополнение запаса $TC(X)$ и $TC^q(X)$.

Заметим, что применение модифицированного метода показало, что объем заказа был недооценен на 2,07%, что могло привести к дефициту товара и к недополучению прибыли. В итоге расчетные общие затраты предприятия выросли на 5 492,25 руб./г., однако улучшение точности оценивания годовой потребности в товаре потенциально позволило снизить логистические риски и компенсировать потери за счет большей прибыли, повышение которой обусловлено более высоким качеством логистического сервиса.

Используем знание распределения объемов продаж исходных данных для того, чтобы получить доверительные интервалы с уровнем доверия γ для оценок ежемесячной средней потребности в товаре (здесь дисперсия σ^2 предполагается известной):

$$L = \bar{X} - \frac{z_\gamma \cdot \sigma}{\sqrt{N}}; \qquad (19)$$

$$H = \bar{X} + \frac{z_\gamma \cdot \sigma}{\sqrt{N}}; \qquad (20)$$

где z_γ – квантиль уровня $\frac{1+\gamma}{2}$; стандартного нор мального распределения; $\sigma = 634{,}47$ шт.

Для построения доверительных интервалов для модифицированного среднего, используя формулу (12) при $F(x) = N_{(7\ 835,75;402546,98)}(x)$, было определено, что $\sigma_q = \sqrt{\sigma_q^2} = 503{,}16$ шт. Результаты приведены в *таблице 2*.

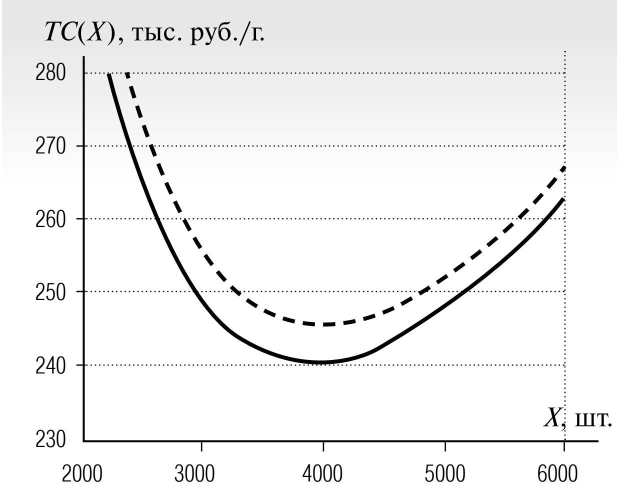

Рис. 6. Графики зависимостей $TC(X)$ (сплошная линия) и $TC^q(X)$ (пунктирная линия)

Для товаров категории AX рекомендуется использовать в качестве экономичного размера заказа H_{EOQ^q}. Если предприятие стремится к максимальному удовлетворению спроса, то следует выбрать большие значения γ, например, 0,98. В этом случае объем поставки будет составлять 4 046 шт., а риск возникновения дефицита R_D будет не более 1%. Если же предприятие нацелено на снижение затрат, то нужно устанавливать более высокие значения R_D, например, 5%. Тогда нужно выбирать $\gamma = 1 - 2 \cdot 0{,}05 = 0{,}9$, в итоге экономичный объем заказа составит 4 029 шт. Если наш товар принадлежит к группе CX, то желательно минимизировать допустимый риск возникновения излишков R_S, установив его на уров-

Таблица 2.

Доверительные интервалы для среднего уровня спроса и экономичного размера заказа без учета и с учетом знания квантиля для разных уровней доверия γ

γ	z_γ	L	H	L^q	H^q	L_{EOQ}	H_{EOQ}	L_{EOQ^q}	H_{EOQ^q}
0,98	2,326	7534	8138	7923	8402	3831	3982	3928	4046
0,95	1,960	7581	8090	7961	8365	3842	3970	3938	4037
0,9	1,645	7622	8049	7993	8332	3853	3960	3945	4029
0,8	1,282	7669	8002	8031	8295	3865	3949	3955	4020

не $\frac{1-\gamma}{2}$. Тогда, например, при 10% уровне риска $\gamma = 1 - 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}8$ и в заказ пойдет объемом $L_{EOQ^q} = 3\ 955$ шт. При этом ожидается, что в двух случаях из десяти спрос на этот товар будет удовлетворен лишь частично, поскольку он будет полностью распродан и его не хватит на всех покупателей.

Также следует отметить, что доверительные интервалы с учетом дополнительной информации значительно уже (практически на 22%), чем интервалы без учета квантиля. Это объясняется тем, что у модифицированного среднего асимптотическая дисперсия $\sigma_q^2 \le \sigma^2$, т.е. при том же уровне рисков дефицита R_D и излишков R_S можно получить более точные доверительные границы — значения экономичного размера заказа для товаров из разных групп AX, BX или CX.

Заключение

В данной работе предложен новый способ расчета экономичного объема заказа с учетом дополнительной информации об известном квантиле заданного уровня функции распределения объемов продаж (спроса), а также доверительных интервалов для него. Показано, что для достаточно большого количества наблюдений новый метод дает более точное значение экономичного размера заказа и более узкие доверительные интервалы, поскольку базируется на асимптотически несмещенной оценке среднего уровня потребности в товаре с меньшей среднеквадратической ошибкой. Новая методика расчета апробировалась на реальных данных о помесячных продажах крупной торговой сети за два года. Предприятию даны рекомендации по выбору параметров системы управления запасами рассматриваемого товара. ■

Литература

1. Johnson M.D., Gustafsson A. Improving customer satisfaction, loyalty, and profit: An integrated measurement and management system. Jossey-Bass, 2020.
2. Schönsleben P. Integral logistics management: Operations and supply chain management within and across companies. Boca Raton: CRC Press, 2016. DOI: 10.4324/9781315368320.
3. Silver E. A., Pyke D. F., Thomas D.J. Inventory and production management in supply chains. Boca Raton: CRC Press, 2017. DOI: 10.1201/9781315374406.
4. Zrilic A. Six steps inventory optimization. 2015.
5. Tipi N. Supply chain analytics and modelling: Quantitative tools and applications. Kogan Page, 2020.
6. Zenkova Zh.N., Kabanova T.V. The ABC-XYZ analysis modified for data with outliers // 4th IEEE International Conference on Logistics Operations Management (GOL' 2018). Le Havre, France, 10–12 April 2018. P. 63–68.
7. Гуров Н.В., Зенкова Ж.Н. Робастная оценка среднего в анализе оборачиваемости оборотных средств предприятия // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками. Материалы V Международной молодежной научно-практической конференции (Саратов, 9–12 ноября 2016 г.). Саратов: Научная книга, 2016. С. 47–51.
8. Зенкова Ж.Н., Краковецкая И.В. Моделирование по неполным данным в логистике и маркетинге // Логистические системы в глобальной экономике: материалы Международной научно-практической конференции (Красноярск, 14–15 марта 2013 г.): в 2 ч. Ч. 1. Научно-исследовательский сектор. Красноярск: СибГАУ, 2013. С. 98–105.
9. Дмитриев Ю.Г., Устинов Ю.К. Статистическое оценивание распределений вероятностей с использованием дополнительной информации. Томск: ТГУ, 1988.
10. Dmitriev Yu.G., Koshkin G.M. Nonparametric estimators of probability characteristics using unbiased prior conditions // Statistical Papers. 2018. Vol. 59. No 4. P. 1559–1575. DOI: 10.1007/s00362-018-1044-7.
11. Dmitriev Yu.G., Tarasenko P.F. The use of a priori information in the statistical processing of experimental data // Russian Physics Journal. 1992. Vol. 35. No 9. P. 888–893. DOI: 10.1007/BF00560063.
12. Dmitriev Yu., Zenkova Zh., Musoni W. Statistical estimation with a known quantile and its application in a modified ABC-XYZ analysis // 8th International Conference on Risk Analysis and Design of Experiments. Vienna, Austria, 23–27 April 2019. Book of abstracts. P. 143–144.
13. Zenkova Zh.N., Krainova E.A. Estimating the net premium using additional information about a quantile of the cumulative distribution function // Business Informatics. 2017. № 4. P. 55–63. DOI: 10.17323/1998-0663.2017.4.55.63.
14. Макеева О.Б., Зенкова Ж.Н. Расчет показателей оборачиваемости по интервально-цензурированным данным с учетом знания квантиля // Educatio. 2015. № 8 (15). Ч. 3. С. 72–76.
15. Зенкова Ж.Н., Макеева О.Б. Использование информации о квантиле при анализе оборачиваемости оборотных средств // III Всероссийская молодежная конференция «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», Томск, 22–23 мая 2015. Томск: ТГУ, 2015. С. 82–87.
16. Журко Е.С., Зенкова Ж.Н. Метод ценообразования PSM для цензурированных данных с учетом квантиля // Международный союз ученых «Наука. Технологии. Производство». 2015. № 9 (13). С. 13–16.

17. Журко Е.С., Зенкова Ж.Н. Модификация метода ценообразования PSM с учетом квантиля заданного уровня // Международная научно-практическая конференция «Информационные технологии Сибири» (ITSIBERIA–2016). Кемерово, 10 ноября 2016 г. Кемерово: УИП КузГТУ, 2016. С. 134–136.

18. Kabanova S.A., Zenkova Zh.N., Danchenko M.A. Regional risks of artificial forestation in the steppe zone of Kazakhstan (case study of the green belt of Astana) // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. Vol. 211. No 1. Article 012055. P. 1–9. DOI: 10.1088/1755-1315/211/1/012055.

19. Serrano A., Kraiselburd S. Economic order quantity and the value of the firm // SSRN Electronic Journal. July 2007. P. 1–34. DOI: 10.2139/ssrn.1027547.

20. Mandeep M., Shah N.H. Optimal inventory control and management techniques. IGI Global, 2016. DOI: 10.4018/978-1-4666-9888-8.

21. McDonald C.M. Integrating packaging and supply chain decisions: Selection of economic handling unit quantities // International Journal of Production Economics. 2016. Vol. 180. P. 208–221. DOI: 10.1016/j.ijpe.2016.08.003.

22. Wasiak M. Vehicle selection model with respect to economic order quantity // Archives of Transport. 2016. Vol. 40. No 4. P. 77–85. DOI: 10.5604/08669546.1225471.

23. Durlinger P. The bullwhip effect. Durlinger Essential, 2020.

24. Snyder L.V., Shen Z. J. M. Fundamentals of supply chain theory. Wiley, 2019.

25. Chopra S., Meindl P. Supply chain management. Strategy, planning & operation // C. Boersch, R. Elschen (eds.) Das summa summarum des management. Gabler, 2007. P. 266–275.

26. Lee H.L., Padmanabhan V., Whang S. The bullwhip effect in supply chains // MIT Sloan: Management Review. 1997. Vol. 38. No 3. [Электронный ресурс]: https://sloanreview.mit.edu/article/the-bullwhip-effect-in-supply-chains/ (дата обращения 01.03.2020).

27. Wang C., Tang W., Zhao R. Analysis of economic order quantity under fuzzy environments // Transactions of Tianjin University. 2010. No 16. P. 229–234.

28. Mittelhammer R.C. Mathematical statistics for economics and business. Springer Science & Business Media, 2013.

29. Mike P.C., Malburg T.W. Overcoming economic order quantity limitations // Hospital Materiel Management Quarterly. 1981. Vol. 2. No 3. P. 65–69.

30. Shapiro S.S., Wilk M.B. An analysis of variance test for normality (complete samples) // Biometrika. 1965. Vol. 52. No 3–4. P. 591–611.

31. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983.

Об авторах

Зенкова Жанна Николаевна

кандидат физико-математических наук, доцент, MBA;

доцент кафедры системного анализа и математического моделирования,
Институт прикладной математики и компьютерных наук,
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
634030, г. Томск, пр. Ленина, д. 36;

E-mail: zhanna.zenkova@mail.tsu.ru

ORCID: 0000-0002-3776-9935

Мусони Уильсон

аспирант кафедры системного анализа и математического моделирования,
Институт прикладной математики и компьютерных наук,
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
634030, г. Томск, пр. Ленина, д. 36;

E-mail: wmusoni@uok.ac.rw

The economic order quantity taking into account additional information about the known quantile of the cumulative distribution function of the product's sales volume

Zhanna N. Zenkova
E-mail: zhanna.zenkova@mail.tsu.ru

Wilson Musoni
E-mail: wmusoni@uok.ac.rw

National Research Tomsk State University,
Address: 36, Lenin Street, Tomsk 634030, Russia

Abstract

In modern logistics and supply chain management, the task of inventory management is paramount. The total costs of the enterprise and consequently, its profit, directly depend on the accuracy of calculating the volumes and terms of orders. In this work, the problem of increasing the accuracy of calculating the economic order quantity for a product was solved by involving additional information about the known quantile of a given level of the distribution function of the volume of product's demand. The quantile information was used to recalculate the annual demand for the product, based on a modified estimator of the sales expectation for the period. The modified estimator is asymptotically unbiased, normal, and more accurate than the traditional sample mean in the sense of mean squared error. New formulas for calculating the economic order quantity and its confidence interval were presented and tested on real data on the monthly sales volumes of goods of a large retail store network over two years. It is shown that the classic way of mean calculation led to an underestimation of the volume of the economic order quantity, which in turn increased the risk of a shortage, and hence a drop in the quality of logistics services. The new calculation method also showed that the period between orders should be one day shorter. The work is practically significant; according to its results, recommendations are given to the enterprise.

Key words: economic order quantity; sample mean; additional information; quantile; modified mean estimator; modified confidence interval; assessment accuracy; mean squared error.

Citation: Zenkova Zh.N., Musoni W. (2020) The economic order quantity taking into account additional information about the known quantile of the cumulative distribution function of the product's sales volume. *Business Informatics*, vol. 14, no 3, pp. 24–34. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.3.24.34

References

1. Johnson M.D., Gustafsson A. (2020) *Improving customer satisfaction, loyalty, and profit: An integrated measurement and management system.* Jossey-Bass.
2. Schönsleben P. (2016) *Integral logistics management: Operations and supply chain management within and across companies.* Boca Raton: CRC Press. DOI: 10.4324/9781315368320.
3. Silver E. A., Pyke D. F., Thomas D.J. (2017) *Inventory and production management in supply chains.* Boca Raton: CRC Press. DOI: 10.1201/9781315374406.
4. Zrilic A. (2015) *Six steps inventory optimization.* Lulu.
5. Tipi N. (2020) *Supply chain analytics and modelling: Quantitative tools and applications.* Kogan Page.
6. Zenkova Zh.N., Kabanova T.V. (2018) The ABC-XYZ analysis modified for data with outliers. Proceedings of the *4th IEEE International Conference on Logistics Operations Management (GOL' 2018), Le Havre, France, 10–12 April 2018*, pp. 63–68.
7. Gurov N.V., Zenkova Zh.N. (2016) Robust estimation of means in the analysis of the company's current assets turnover. Proceedings of the *V International Youth Scientific and Practical Conference on Mathematical and Computer Modeling in Economics, Insurance and Risk Management, Saratov, Russia, 9–12 November 2016*, pp. 47–51 (in Russian).

8. Zenkova Zh.N., Krakovetskaya I.V. (2013) Incomplete data modeling in logistics and marketing. Proceedings of the *International Scientific and Practical Conference on Logistics Systems in the Global Economy, Krasnoyarsk, Russia, 14–15 March 2013*, part 1, pp. 98–105 (in Russian).
9. Dmitriev Yu.G., Ustinov Yu.K. (1988) *Statistical estimation of probability distributions using additional information*. Tomsk: TSU (in Russian).
10. Dmitriev Yu.G., Koshkin G.M. (2018) Nonparametric estimators of probability characteristics using unbiased prior conditions. *Statistical Papers*, vol. 59, no 4, pp. 1559–1575. DOI: 10.1007/s00362-018-1044-7.
11. Dmitriev Yu.G., Tarasenko P.F. (1992) The use of a priori information in the statistical processing of experimental data. *Russian Physics Journal*, vol. 35, no 9, pp. 888–893. DOI: 10.1007/BF00560063.
12. Dmitriev Yu., Zenkova Zh., Musoni W. (2019) Statistical estimation with a known quantile and its application in a modified ABC-XYZ analysis. Book of abstracts of the *8th International Conference on Risk Analysis and Design of Experiments, Vienna, Austria, 23–27 April 2019*, pp. 143–144.
13. Zenkova Zh.N., Krainova E.A. (2017) Estimating the net premium using additional information about a quantile of the cumulative distribution function. *Business Informatics*, no 4, pp. 55–63. DOI: 10.17323/1998-0663.2017.4.55.63.
14. Makeeva O.B., Zenkova Zh.N. (2015) Calculation of turnover indicators based on interval-censored data, taking into account quantile knowledge. *Educatio*, no 8 (15), part 3, pp. 72–76 (in Russian).
15. Zenkova Zh.N., Makeeva O.B. (2015) Using quantile information in the analysis of working capital turnover. Proceedings of the *III All-Russian Youth Conference on Software and Programs for Information, Technical and Economic Systems, Tomsk, Russia, 22–23 May 2015*, pp. 82–87 (in Russian).
16. Zhurko E.S., Zenkova Zh.N. (2015) PSM pricing method for censored data with quantile consideration. *International Union of scientists "Science. Technologies. Production"*, no 9 (13), pp. 13–16 (in Russian).
17. Zhurko E.S., Zenkova Zh.N. (2016) Modification of the PSM pricing method taking into account the quantile of a given level. Proceedings of the *International Scientific and Practical Conference on Information Technologies in Siberia (ITSIBERIA–2016), Kemerovo, Russia, 10* November *2016*, pp. 134–136 (in Russian).
18. Kabanova S.A., Zenkova Zh.N., Danchenko M.A. (2018) Regional risks of artificial forestation in the steppe zone of Kazakhstan (case study of the green belt of Astana). *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 211, no 1, article 012055, pp. 1–9. DOI: 10.1088/1755-1315/211/1/012055.
19. Serrano A., Kraiselburd S. (2007) Economic order quantity and the value of the firm. *SSRN Electronic Journal*, July, pp. 1–34. DOI: 10.2139/ssrn.1027547.
20. Mandeep M., Shah N.H. (2016) *Optimal inventory control and management techniques*. IGI Global. DOI: 10.4018/978-1-4666-9888-8.
21. McDonald C.M. (2016) Integrating packaging and supply chain decisions: Selection of economic handling unit quantities. *International Journal of Production Economics*, vol. 180, pp. 208–221. DOI: 10.1016/j.ijpe.2016.08.003.
22. Wasiak M. (2016) Vehicle selection model with respect to economic order quantity. *Archives of Transport*, vol. 40, no 4, pp. 77–85. DOI: 10.5604/08669546.1225471.
23. Durlinger P. (2020) *The bullwhip effect*. Durlinger Essential.
24. Snyder L.V., Shen Z. J. M. (2019) *Fundamentals of supply chain theory*. Wiley.
25. Chopra S., Meindl P. (2007) Supply chain management. Strategy, planning & operation. *Das summa summarum des management* (C. Boersch, R. Elschen, eds.). Gabler, pp. 266–275.
26. Lee H.L., Padmanabhan V., Whang S. (1997) The bullwhip effect in supply chains. *MIT Sloan: Management Review*, vol. 38, no 3. Available at: https://sloanreview.mit.edu/article/the-bullwhip-effect-in-supply-chains/ (accessed 01 March 2020).
27. Wang C., Tang W., Zhao R. (2010) Analysis of economic order quantity under fuzzy environments. *Transactions of Tianjin University*, no 16, pp. 229–234.
28. Mittelhammer R.C. (2013) *Mathematical statistics for economics and business*. Springer Science & Business Media.
29. Mike P.C., Malburg T.W. (1981) Overcoming economic order quantity limitations. *Hospital Materiel Management Quarterly*, vol. 2, no 3, pp. 65–69.
30. Shapiro S.S., Wilk M.B. (1965) An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, vol. 52, no 3–4, pp. 591–611.
31. Ayvazyan S.A., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. (1983) *Applied statistics: Fundamentals of modeling and primary data processing*. Moscow: Finance and Statistics (in Russian).

About the authors

Zhanna N. Zenkova

Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, MBA;

Associate Professor, Department of Systems Analysis and Mathematical Modeling,
Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University,
36, Lenin Street, Tomsk 634030, Russia

E-mail: zhanna.zenkova@mail.tsu.ru

ORCID: 0000-0002-3776-9935

Wilson Musoni

Doctoral Student, Department of Systems Analysis and Mathematical Modeling,
Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University,
36, Lenin Street, Tomsk 634030, Russia

E-mail: wmusoni@uok.ac.rw