

# О назначении сроков службы технических систем в условиях инфляции

**С.А. Смоляк** 

E-mail: smolyak1@yandex.ru

Центральный экономико-математический институт Российской академии наук

Адрес: Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 47

## Аннотация

Техническая система используется предприятием-участником рынка для выполнения определенных работ. В процессе работы операционные характеристики системы ухудшаются. Возможный отказ системы наносит ущерб предприятию, при этом она выводится из эксплуатации и утилизируется. Оказывается выгодным назначить такой технической системе срок службы, по истечении которого (если не произошло отказа) она подлежит утилизации. Решается задача оптимизации такого срока. Обычно при ее решении не учитывается инфляция, а критериями оптимальности выступают средние затраты в единицу времени и иные показатели, не в полной мере отражающие коммерческие интересы предприятия, владеющего системой. Использование принципов и методов стоимостной оценки позволяет построить экономико-математическую модель и предложить формулы, позволяющие с учетом инфляции рассчитать оптимальный назначенный срок службы системы и одновременно оценить рыночную стоимость работ, выполняемых технической системой, и изменение рыночной стоимости системы с возрастом. При этом в данной задаче критерием оптимальности оказывается отношение ожидаемых дисконтированных затрат к ожидаемому дисконтированному объему работ, выполняемых системой. Показано, что такой критерий позволяет максимизировать стоимость владеющего системой предприятия. Приводятся примеры применения построенной модели. Полученные результаты могут быть использованы как для решения других оптимизационных задач теории надежности, так и для практической стоимостной оценки некоторых видов машин и оборудования.

**Ключевые слова:** надежность технической системы, отказ, назначенный срок службы, критерий оптимальности, стоимостная оценка, рыночная стоимость

**Цитирование:** Смоляк С.А. О назначении сроков службы технических систем в условиях инфляции. 2022. Т. 16. № 2. С. 74–88. DOI: 10.17323/2587-814X.2022.2.74.88

## Введение

Установление сроков службы машин и оборудования являлось, по крайней мере, с 20-го века, актуальной задачей как для экономистов, так и для технических специалистов. Обзор соответствующей литературы потребовал бы слишком много места, и мы его не приводим. Упомянем лишь, что еще в 1920–30-х годах был опубликован ряд статей по экономическим аспектам оптимизации сроков службы машин, не потерявших своей актуальности и сегодня. Характерно, однако, что в своих исследованиях экономисты обычно игнорировали вероятностный характер процесса эксплуатации машин, тогда как технические специалисты основное влияние уделяли вопросам их надежности и ремонта, игнорируя влияние физического износа на их производительность и (порой) на операционные затраты. При этом экономисты рассматривали приобретение и эксплуатацию машин как инвестиционный проект и опирались соответственно на теорию оценки эффективности инвестиционных проектов, тогда как технические специалисты при установлении назначенных сроков службы технических систем выбирали критерий оптимальности, по сути, произвольно, без должных обоснований (подробнее см. следующий раздел). Существенно, что почти во всех известных работах по данной проблеме влияние инфляции не учитывалось. Между тем, при практической стоимостной оценке реальных активов (зданий, сооружений, машин и оборудования) оценщики учитывают не только инфляцию, но и физический износ и надежность оцениваемых активов, а соответствующие стандарты оценки включают общие принципы такого учета.

В связи с этим представляется необходимым совмещение технических и экономических аспектов в единой оптимизационной модели, учитывающей как надежность, так и физический износ технических систем, и опирающейся, в отличие от известных экономико-математических моделей, на теорию стоимостной оценки. Целью настоящей статьи является построение подобной модели применительно к задачам назначения срока службы техническим системам, подвергающимся случайным отказам.

### 1. Постановка задачи. Основные понятия

Объектами рассмотрения в данной статье являются технические системы (ТС), обычно — это машины и оборудование, которые:

- ◆ используются предприятиями-участниками рынка;
- ◆ подвергаются случайным отказам;
- ◆ являются неремонтируемыми, т.е. не подлежат капитальному или среднему ремонту, а в случае отказа — выводятся из эксплуатации и утилизируются.

Предметами нашего рассмотрения будут назначенные сроки службы таких ТС и стоимости ТС разного возраста. Необходимые сведения о стоимостной оценке ТС и их надежности мы излагаем в соответствии со стандартами оценки [1] и книгой [2]. Основными операционными характеристиками ТС, зависящими от ее технического состояния, являются:

- ◆ (эксплуатационная) производительность (объем работ, производимых ТС в малую единицу времени);
- ◆ интенсивность операционных затрат (операционные затраты, необходимые для использования ТС по назначению в течение малой единицы времени);
- ◆ опасность отказа (вероятность отказа ТС в течение малой единицы времени).

В теории надежности рассматривают задачу установления назначенного срока службы неремонтируемой ТС. Мы займемся обоснованием критерия оптимальности такого срока. По этой причине мы ограничиваемся рассмотрением следующей достаточно простой ситуации.

Предприятие приобретает на рынке и использует неремонтируемую ТС определенного вида (например, машину определенной модели). В процессе работы ТС подвергается деградации, ее операционные характеристики ухудшаются, несмотря на проводимые техническое обслуживание и текущий ремонт (затраты на эти операции мы включаем в состав операционных затрат). Это положение нуждается в комментариях. Многие специалисты, как и в годы плановой экономики, считают, что такие характеристики машин и оборудования, как их производительность и годовые операционные затраты, должны в течение всего срока службы поддерживаться на неизменном (проектном) уровне. Неизменная производительность ТС принимается и в известных публикациях по проблемам оптимизации назначенных сроков службы и сроков плановых ремонтов ТС. Между тем, анализ работы машин и оборудования различного назначения показывает, что с возрастом

их характеристики имеют тенденцию к ухудшению, причем капитальный ремонт компенсирует такое ухудшение лишь частично (подробнее см. [3]). Часто это пытаются объяснить тем, что с возрастом растут только стоимость и продолжительность технического обслуживания и ремонтов. Однако имеющиеся данные свидетельствуют о том, что с возрастом снижается часовая производительность строительных машин, растут затраты топлива на 1 км пробега транспортных средств, у станков увеличивается длительность цикла обработки деталей.

По этой причине считать операционные характеристики ТС неизменными во времени представляется нам неправомерным. Далее мы предполагаем, что техническое состояние ТС определяется ее возрастом (наработкой), так что ее операционные характеристики являются известными функциями возраста.

Поскольку ТС свободно обращаются на рынке и обладают полезностью для предприятий-участников рынка, они являются объектами стоимостной оценки. Имеется много видов стоимости, но основным является рыночная стоимость (РС). Мы не будем давать подробного определения этому понятию, отсылая читателей к стандартам стоимостной оценки [1]. Отметим лишь, что РС объекта оценки на определенную дату (дату оценки) отражает цену этого объекта в совершаемой на эту дату сделке (реальной или гипотетической) между независимыми и ведущими себя экономически рационально типичными участниками рынка. При этом РС объекта отражает одновременно его полезность для типичных участников рынка и вклад объекта в РС владеющего объектом предприятия – типичного участника рынка.

Для стоимостной оценки объектов используются (по отдельности или в различных сочетаниях) три подхода:

- ◆ при *сравнительном* подходе стоимость объекта находят, исходя из цен сделок с аналогичными объектами, скорректированных на различия в характеристиках объектов, дате и условиях сделки;
- ◆ при *затратном* подходе стоимость объекта оценивают по затратам, необходимым для его создания (получения);
- ◆ при *доходном* подходе стоимость объекта находят, учитывая поток выгод, которые получит владелец от его использования.

Поскольку ТС является движимым имуществом, ее РС может быть различной в зависимости от того, оценивается ли она «на месте» или «для перемещения». Новые ТС обычно продаются производителями или дилерами на первичном рынке и являются точными аналогами друг друга. Разброс цен при этом небольшой, поэтому РС новой ТС «для перемещения к месту эксплуатации» находят, используя сравнительный подход, что не представляет особых сложностей. РС этой же ТС «на месте ее эксплуатации» выше, поскольку включает дополнительные затраты на транспортировку приобретенной ТС и ее монтаж. РС новой ТС «на месте» мы считаем известной величиной  $K$ .

Подержанные ТС продаются на вторичном рынке. Такие ТС не имеют точных аналогов, покупатели не имеют возможности оценить их техническое состояние, а продавцы не сообщают покупателям (или даже не знают) историю их эксплуатации. В результате цены машин/оборудования одной марки и одного возраста имеют очень большой разброс, а оценка подержанных ТС представляет для оценщиков значительные трудности.

В качестве аналога подержанной ТС удобно принять такую же новую ТС – мы будем называть ее новым аналогом. РС нового аналога ТС называют стоимостью воспроизводства оцениваемой ТС. Уменьшение РС подержанной ТС по сравнению со стоимостью ее воспроизводства называется обесценением (depreciation) оцениваемой ТС, а отношение этих величин, выраженное в долях единицы или в процентах, – коэффициентом/процентом годности или относительной стоимости (Percent Good Factor, PGF). В оценочной литературе предлагается ряд формул и таблиц, отражающих (не всегда корректно) зависимость коэффициента/процента годности от возраста ТС [3].

ТС, использовать которую по назначению далее невозможно или неэффективно, выводится из эксплуатации и утилизируется. Рыночная стоимость такой ТС называется утилизационной (УС). Обычно ее находят по данным о ценах машин, продаваемых «в лом» или рассчитывают как стоимость годных к дальнейшему использованию элементов ТС (включая и металлолом) за вычетом расходов на демонтаж и доставку элементов ТС к месту их дальнейшего использования. УС машин и оборудования невелика по сравнению со стоимостью их воспроизводства – отношение этих величин (относительная УС) для машин и оборудования обычно составляет от 0,03 до 0,09.

Методам стоимостной оценки машин и оборудования посвящены небольшие разделы в стандартах оценки и учебниках. Как правило, там не предусматривается учета ни ухудшения операционных характеристик ТС с возрастом, ни вероятностного характера срока их службы (исключение составляют методы, применяемые в системах национальных счетов [4], но они рассчитаны на оценку больших групп активов и неадекватно учитывают деградацию машин и оборудования [5]). В то же время достаточно адекватно учесть указанные факторы можно, опираясь на основные принципы стоимостной оценки и оценочную практику, используя при этом модели и методы теории надежности.

Одной из основных характеристик надежности ТС является опасность отказа. Мы будем считать ее зависящей от возраста ТС ( $t$ ) и обозначим через  $p(t)$ . Эта величина имеет простой «физический смысл»: если ТС работала безотказно  $t$  лет, то вероятность ее отказа в интервале времени  $(t, t + dt)$  составляет  $p(t)dt$ . При этом (случайный) момент наступления отказа имеет распределение с плотностью  $p(t)e^{-P(t)}$ , где  $P(t) = \int_0^t p(x)dx$ . Как известно (см., напр., [2, 6]), вероятность безотказной работы ТС в течение срока  $t$  составляет  $e^{-P(t)}$ , а среднее время безотказной работы (средняя наработка до отказа), если только оно специально не ограничивается,  $-\int_0^{\infty} e^{-P(t)} dt$ .

Существенно, что отказ ТС приводит к выходу из строя не только самой этой ТС, но и другого имущества предприятия. При этом предприятию нанесится ущерб, вообще говоря, случайный. Методы определения таких ущербов (потерь) изложены в соответствующей литературе, например [7]. Мы будем считать, что среднее значение ущерба известно, и в его величине учтена стоимость годных к дальнейшему использованию элементов отказавшей ТС и другого имущества предприятия.

Чтобы по возможности сократить потери от отказа ТС, ей назначают определенный срок службы (наработку)  $S$ , по достижении которого ТС должна выводиться из эксплуатации независимо от своего технического состояния. Мы хотим найти оптимальный такой срок  $S$ . От выбора  $S$  зависят и средние остаточные сроки службы (среднее время безотказной работы) ТС разного возраста.

Рассмотрим ТС, дожившую до возраста  $t$ . Пусть  $T(t)$  – средний остаточный срок ее службы. Чтобы найти его, заметим, что остаточный срок службы ТС составит  $x - t$ , если она откажет в возрасте

$x < S$ , и будет равен  $S - t$ , если за назначенный срок отказа не произойдет. Учитывая, что вероятность безотказной работы ТС, дожившей до возраста  $t$ , в течение всего назначенного срока равна  $e^{P(S)-P(t)}$ , а отказ в интервале времени  $(t, t + dt)$ ,  $t < S$ , возможен с вероятностью  $p(t)e^{P(S)-P(t)}dt$ , мы получаем:

$$T(t) = \int_t^S (x-t)p(x)e^{P(t)-P(x)} dx + (S-t)e^{P(t)-P(S)} = \int_t^S e^{P(t)-P(x)} dx. \quad (1)$$

Для многих видов ТС принимается, что время безотказной работы имеет распределение Вейбулла, при котором опасность отказов  $p(t)$  растет пропорционально некоторой степени возраста. Значения показателя степени для различных видов ТС рассчитывались рядом авторов, в том числе для целей национального счетоводства, а рекомендуемые значения для ряда объектов машиностроения приведены в [6]. Отметим, что для некоторых видов машин (морозильники, холодильники, пылесосы, микроволновые печи, видеомагнитофоны, стиральные машины, отопительные электронагревательные приборы, небольшие легковые автомобили, оборудование для ремонта и технического обслуживания автомобилей, железнодорожные вагоны) этот показатель оказывается близким к единице [8–10]. Позднее в качестве примера мы рассмотрим именно такие ТС. У них время безотказной работы имеет распределение Рэлея,  $p(t) = t/\omega^2$ , где  $\omega$  – параметр масштаба. При этом средний остаточный срок службы ТС возраста  $t$  составит

$$T(t) = e^{t^2/2\omega^2} \int_t^S e^{-x^2/2\omega^2} dx = \omega\sqrt{2\pi} \left[ \Phi\left(\frac{S}{\omega}\right) - \Phi\left(\frac{t}{\omega}\right) \right] e^{t^2/2\omega^2}.$$

При  $t = 0$  отсюда вытекает формула для среднего полного срока службы ТС:

$$T_m = T(0) = \omega\sqrt{2\pi} \left[ \Phi\left(\frac{S}{\omega}\right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (2)$$

При  $S = \infty$ , когда срок службы не назначается, среднее время безотказной работы ТС составит  $\omega\sqrt{2\pi}$ .

В теории надежности для решения оптимизационных задач обычно используются различные критерии, например, средние за срок службы количество или стоимость ремонтов, средние затраты на ремонт в единицу времени [11], средние затраты в

единицу времени за межремонтный цикл [12], отношение средних за срок службы затрат к среднему сроку службы [13–15], суммарные дисконтированные затраты или эквивалентный им аннуитет [16, 17]. Указанным критериям свойственен ряд общих недостатков.

1. Выбор критерия носит формально-математический характер и ориентирован на использование измеряемых характеристик системы (прежде всего, затратных и временных). Интересы конкретного бизнеса, использующего ТС, при этом не учитываются [12].

2. Сравнивать варианты использования ТС по затратам корректно, только если они дают тождественные результаты [18]. Если же производительность ТС меняется с возрастом, то варианты с разными назначенными сроками службы будут различаться по величине и распределению во времени получаемых результатов — объемов выполняемых работ.

3. При исчислении таких показателей, как суммарные или средние за срок службы затраты, не учитывается влияние инфляции. Это можно было бы оправдать, если бы речь шла о ТС с коротким (до 1–2 лет) сроком службы, однако эти сроки в строительном, машиностроительном и транспортном секторах экономики превышают 5–15 лет, и для них учет инфляции необходим.

Учитывая изложенное, для решения поставленной задачи мы считаем более адекватным использовать общие принципы стоимостной оценки, ориентированные на максимизацию рыночной стоимости предприятия.

При этом, в отличие от работ по теории надежности, оказывается возможным учесть не только инфляцию, но и влияние деградации ТС на ее производительность<sup>1</sup> и операционные затраты, а также утилизационную стоимость ТС. Особого рассмотрения при этом заслуживает учет инфляции, чему будет посвящен следующий раздел.

## 2. Групповая инфляция

Выбор экономически рациональных решений по управлению техническими системами в условиях инфляции связан со значительными трудностями. Дело в том, что для этого необходим прогноз экономических характеристик системы на весь срок

ее службы, что предполагает, как минимум, прогнозирование цен на производимые системами продукты (товары, работы или услуги), а также на различные потребляемые при этом ресурсы. К сожалению, заниматься разработкой таких прогнозов специалисты по управлению техническими системами не в состоянии. Поэтому в математических моделях оптимизации технических решений, ориентированных на практическое применение, инфляция обычно не учитывается. Это относится и к рассматриваемой нами задаче назначения сроков службы ТС. Между тем, выяснить, как влияет инфляция на решение этой задачи, можно, опираясь на теорию стоимостной оценки и практику оценочной деятельности. Предлагается учитывать только наиболее важные для стоимостной оценки и поддающиеся измерению характеристики инфляции, пренебрегая всеми остальными.

Анализ цен первичного и вторичного рынка и опыт оценки подержанных машин и оборудования показывают, что цены подержанных машин обычно меняются синхронно с ценами аналогичных новых. Это обусловлено тем, что ведущий себя экономически рационально покупатель подержанной машины на вторичном рынке сопоставляет намечаемую покупку с альтернативой приобретения ее нового аналога на первичном рынке.

В связи с этим естественно представляется допущение о том, что в условиях, когда растут рыночные стоимости новых ТС некоторого вида, РС подержанных ТС этого вида растут в той же пропорции. Такое явление названо групповой инфляцией [3]. Однако дать ему строгое определение не просто, поскольку все подержанные ТС одного вида, в отличие от новых, не имеют аналогов, находятся в разном техническом состоянии, их количество и состав на вторичном рынке все время меняется, так что само понятие о росте стоимостей ТС на вторичном рынке становится неопределенным.

Тем не менее, суть групповой инфляции можно пояснить условным примером, относящимся к группе машин одной модели, техническое состояние которых со временем изменяется. Представим себе рынок, на котором в некоторый момент времени  $T_1$  представлена совокупность  $C_1$  из  $M$  новых и подержанных машин этой группы, находящихся в разных состояниях, причем стоимости всех этих машин известны. Допустим теперь, что в более

<sup>1</sup> В работах по проблеме оптимизации назначенных сроков службы и сроков плановых ремонтов ТС их производительность обычно считается постоянной.

поздний момент  $T_2$  на рынке также оказалась совокупность  $C_2$  из  $M$  машин группы, причем каждая  $i$ -я из них находится точно в таком же техническом состоянии, в каком была  $i$ -я машина из совокупности  $C_1$ . Иными словами, в этой ситуации все машины группы, представленные на рынке в момент  $T_1$ , как бы перенесли на более позднюю дату без изменения их технического состояния. При этом за счет инфляции изменятся рыночные стоимости всех машин. Однако при групповой инфляции они изменятся пропорционально, и окажется, что отношение стоимости подержанной машины к стоимости такой же новой (коэффициент годности) будет зависеть только от состояния этой машины, но не от того, оценена ли она в момент  $T_1$  или в момент  $T_2$ . Это условие мы и положим в основу определения самого понятия групповой инфляции.

Будем говорить, что для ТС определенного вида в некотором интервале времени имеет место групповая инфляция, если коэффициенты годности этих ТС зависят только от состояния ТС, но не от даты оценки этих ТС (в указанном интервале времени). Темп групповой инфляции при этом определяется как темп роста РС новых ТС. Поэтому для анализа и краткосрочного прогноза этого темпа достаточно использовать открытую и доступную информацию о ценах производителей или дилеров в периоде, близком к дате оценки.

Допущение о наличии групповой инфляции существенно упрощает решение задачи оптимизации назначенного срока службы ТС, что мы увидим в следующем разделе. Однако правомерность этого допущения подтверждается и другими доводами.

Обычно техническое состояние продаваемых или проданных подержанных машин оценщикам неизвестно<sup>2</sup>, они знают только их возраст. Поэтому они вынуждены (как и в этой статье) характеризовать состояние машины ее возрастом. Тогда для приближенного расчета коэффициентов годности они формируют выборку сложившихся в некотором базовом периоде (например, в текущем году) рыночных цен машин разного возраста и на ее основе строят регрессионную зависимость  $F(t)$  цен машин от их возраста ( $t$ ). При этом значение  $F(t)$  отразит

среднюю РС машин возраста  $t$ , которые были (или могли бы быть<sup>3</sup>) представлены на рынке в базовом периоде, а  $F(0)$  – РС новых машин в этом периоде. Коэффициенты годности при этом находятся по формуле:  $k(t) = F(t)/F(0)$ . При отсутствии групповой инфляции подобные зависимости, построенные для машин той же марки по данным разных лет, могли бы существенно различаться (это означало бы, например, что под влиянием инфляции цены более старых по возрасту машин снижаются или растут медленнее, чем цены более молодых). Однако такого явления обычно не наблюдается.

Наоборот, в условиях групповой инфляции построенная функция  $k(t)$  не зависит от того, к какому периоду относятся цены машин. Да и российские оценщики, по существу, принимают допущение о групповой инфляции, используя зависимости коэффициента годности от возраста, построенные для групп машин разного назначения по рыночным данным за давно прошедшие годы. Примерно такая же ситуация сложилась в некоторых штатах США, где машины и оборудование являются объектами налогообложения. Там ежегодно строятся регрессионные зависимости коэффициентов годности от возраста, правда, применительно к довольно широким группам машин (например, сельскохозяйственные или строительные машины и оборудование). Анализ соответствующих публикаций (например, [19–21]) показывает, что эти зависимости из года в год меняются незначительно, что также свидетельствует о групповой инфляции.

Важно отметить, что допущение о групповой инфляции позволяет при построении зависимости  $k(t)$  включать в выборку цены машин, сложившиеся в разные годы (одновременно рассчитывая при этом и РС новых машин в эти годы), что дает возможность существенно увеличить объем выборки и повысить точность рассчитанной зависимости  $k(t)$ .

Разумеется, в иных ситуациях групповую инфляцию можно понимать и иначе, используя вместо возраста наработку или иные поддающиеся объективному измерению характеристики. В таких случаях в приводимую далее модель необходимо будет внести соответствующие корректировки.

<sup>2</sup> Казалось бы, количественные оценки технического состояния машин и оборудования дают автоматизированные системы диагностики. Однако эти системы не оценивают ни опасности отказа машины, ни других важных для участников рынка ее характеристик (например, состояния рамы грузового автомобиля или кузова легкового автомобиля, существенно влияющих на их рыночную стоимость).

<sup>3</sup> Такая оговорка связана с тем, что построенная зависимость позволяет вычислять  $F(t)$  для машин любого возраста  $t$ , тогда как в базовом периоде машины некоторых возрастов на рынке могли не выставляться.

### 3. Оптимизационная модель

Для оптимизации назначенного срока службы ТС рассматриваемого вида необходимо задать определенный критерий оптимальности. С этой целью мы будем решать другую задачу, на первый взгляд, достаточно далекую от теории надежности, а именно, будем оценивать рыночные стоимости ТС разного возраста «на месте». В качестве даты оценки мы примем момент принятия решения о назначении срока службы ТС. Кроме того, примем, что для ТС данного вида в течение небольшого периода, близкого к дате оценки, имеет место групповая инфляция с известным темпом  $i$ .

Будем считать известными также следующие характеристики ТС: РС новой ТС  $K$ , утилизационную стоимость  $U$ , средний (ожидаемый) ущерб от отказа ТС  $L$ , опасность  $p(t)$  отказа исправной ТС возраста  $t$ , ее эксплуатационную производительность  $Q(t)$  и интенсивность  $C(t)$  ее операционных затрат<sup>4</sup>.

Назначенный срок службы ТС, подлежащий оптимизации, обозначим через  $S$ , а РС исправной ТС возраста  $t$  «на месте» – через  $V(t)$ .

Заметим, что работа, выполняемая ТС, обладает полезностью для участников рынка и измеряется в определенных физических единицах (кубометрах перемещенного грунта, декалитрах разлитой жидкости, количестве условных банок консервов и т.п.). Раз так, то она, согласно стандартам оценки [1], имеет и свою рыночную стоимость. Другое дело, что владельцы машин ее обычно не знают, да и профессиональные оценщики редко оценивают РС работ (за исключением, пожалуй, строительно-монтажных и ремонтных). Неизвестную РС единицы выполняемых ТС работ на дату оценки обозначим через  $B$ .

В общем случае выгоды от использования объекта за период определяются как РС выполняемой ею за этот период работы за вычетом понесенных при этом затрат. В зависимости от способа измерения стоимостей и затрат выделяют разные виды выгод:

- ◆ если стоимости и затраты измеряют в ценах соответствующего периода (т.е. с учетом инфляции), выгоды именуется *номинальными*, если же для

этого используют цены на некоторую фиксированную дату – *реальными*;

- ◆ если в составе затрат учитывают налог на прибыль, выгоды именуется *посленалоговыми*, в противном случае – *доналоговыми*.

В данной статье выгоды от использования ТС считаются номинальными и доналоговыми. В таком случае интенсивность выгод от использования исправной ТС возраста  $t$  (т.е. размер выгод, приносимых ею за малую единицу времени) составит на дату оценки  $BQ(t) - C(t)$ .

Для оценки ТС воспользуемся принципом ожидания выгод, лежащим в основе доходного подхода к оценке имущества и упоминаемом (но не раскрываемом) в стандартах оценки. Приведем его наиболее подробную формулировку, следуя [3].

РС объекта на дату оценки равна ожидаемой сумме дисконтированных к этой дате выгод от его использования в последующем прогнозном периоде (включая и РС объекта в конце периода), если объект используется наиболее эффективно, и не меньше ее в противном случае.

К этой формулировке необходимо сделать ряд комментариев.

1. Длительность прогнозного периода может быть выбрана произвольно, поскольку РС объекта от этого выбора не зависит.

2. Включение стоимости объекта в конце периода в состав суммарных за прогнозный период выгод может пониматься и как выгода от продажи объекта по рыночной стоимости. Тем самым, продажа объекта рассматривается как один из способов его использования.

3. В условиях вероятностной неопределенности термин «ожидаемый» понимается как «математическое ожидание» (в [1] – «взвешенное по вероятностям»), а риски, связанные с неопределенностью выгод, в ставке дисконтирования не учитываются – такую ставку назовем «безрисковой».

4. Вид ставки дисконтирования определяется видом выгод: номинальные (реальные) выгоды должны дисконтироваться по номинальной (ре-

<sup>4</sup> Строго говоря, производительность и операционные затраты ТС зависят от колебания спроса на продукцию предприятий, использующих ТС, и, следовательно, от потребности в выполняемых ТС работах. В нашей модели под  $Q(t)$  и  $C(t)$  понимаются средние (по типичным предприятиям – владельцам ТС) значения соответствующих характеристик, отвечающие среднему режиму использования исправных ТС возраста  $t$ .

альной) ставке, а посленалоговые (доналоговые) выгоды – по после-(до-)налоговой ставке<sup>5</sup>. Поэтому в данной статье при оценке ТС мы используем номинальную доналоговую безрисковую ставку дисконтирования, обозначаемую через  $r$ .

5. Стандарты оценки [1] требуют при оценке любого вида стоимости объекта указывать и предпосылку о способе его использования. Здесь и далее способ использования объекта предполагается наиболее эффективным, так что соответствующая предпосылка опускается.

Переходя к определению неизвестных стоимостей  $V(t)$ , вначале заметим, что РС новой ТС – известная величина  $V(0) = K$ . Кроме того, ТС, достигшая назначенного срока службы  $S$ , утилизируется, так что ее РС  $V(S) = U$ .

Рассмотрим теперь ТС, достигшую возраста  $t < S$ . Чтобы оценить ее РС  $V(t)$  на дату оценки, применим к этой ТС принцип ожидания выгод, выбрав в качестве прогнозного малый период времени длительности  $dt$ . При этом учтем, что в нашей модели все возможные способы использования ТС отличаются только назначенным сроком службы  $S$ .

Если за время  $dt$  произойдет отказ, что возможно с вероятностью  $p(t)dt$ , то предприятию наносится ущерб, составляющий в среднем  $L$ , а ТС будет выведена из эксплуатации. В противном же случае ТС принесет выгоды  $[BQ(t) - C(t)]dt$ , а в конце периода ее возраст станет равным  $t + dt$ . ТС такого возраста на дату оценки имеет РС  $V(t + dt)$ , однако при групповой инфляции с темпом  $i$  за время  $dt$  она вырастет в  $1 + i dt$  раз и станет равной  $(1 + i dt)V(t + dt)$ . Учитывая вероятности обоих случаев, отсюда получаем:

$$V(t) \geq p(t)dt \cdot (-L) + [1 - p(t)dt] \{ [BQ(t) - C(t)]dt + (1 - rdt)(1 + idt)V(t + dt) \}, \quad (3)$$

причем равенство здесь достигается при наиболее эффективном использовании ТС, т.е. при оптимальном значении  $S$ .

Введем теперь в рассмотрение «реальную»<sup>6</sup> ставку дисконтирования:

$$\rho = r - i. \quad (4)$$

Используя ее, после простых преобразований неравенства (3) найдем:

$$BQ(t) - C(t) - \rho U - (L + U)p(t) \leq [\rho + p(t)][V(t) - U] - [V(t) - U]^i.$$

Умножим это неравенство на  $e^{-\rho t - P(t)}$  и проинтегрируем по  $t$  от  $t = s$  до  $t = S$ . Учитывая, что  $V(S) = U$ , мы получим:

$$\int_s^S [BQ(t) - C(t) - \rho U - (L + U)p(t)] e^{-\rho t - P(t)} ds \leq [V(s) - U] e^{-\rho s - P(s)}, \quad (5)$$

или, что тоже самое:

$$V(s) \geq U + BQ_\Sigma(s, S) - C_\Sigma(s, S), \quad (6)$$

где обозначено:

$$\begin{cases} Q_\Sigma(s, S) = \int_s^S Q(t) e^{-\rho(t-s) - P(t) + P(s)} dt, \\ C_\Sigma(s, S) = \int_s^S [C(t) + \rho U + (L + U)p(t)] e^{-\rho(t-s) - P(t) + P(s)} dt. \end{cases} \quad (7)$$

Подставив  $s = 0$ ,  $V(0) = K$  в формулу (6) и выразив из нее  $B$ , мы получим:

$$B \leq \frac{K - U + C_\Sigma(0, S)}{Q_\Sigma(0, S)} = Z. \quad (8)$$

При этом равенства в (5), (6) и (8) достигаются при оптимальном  $S$ .

Отсюда следует, что при оптимальном назначенном сроке службы достигается минимум показателя  $Z$ , имеющего вид дроби. Выясним экономический смысл ее числителя и знаменателя, используя формулы (7).

На первый взгляд, он очевиден. В знаменателе дроби стоит ожидаемый дисконтированный объем выполняемых ТС работ за весь назначенный срок службы, а в числителе – ожидаемые дисконтированные затраты на ее приобретение и использова-

<sup>5</sup> Ставки дисконтирования оценщики определяют по данным о наблюдаемых на рынке номинальных доналоговых доходностях финансовых инструментов.

<sup>6</sup> Термин «реальная» взят в кавычки, поскольку в формуле (4) номинальная ставка уменьшается на темп групповой инфляции, а не на темп общей инфляции в стране, как это требуется при исчислении «настоящей» реальной ставки.



ние (за вычетом утилизационной стоимости ТС)<sup>7</sup>, включая и ущерб от отказов. Поэтому дробь  $Z$  отражает ожидаемые удельные (на единицу работ) дисконтированные затраты (ОУДЗ).

На самом деле выделенный термин не вполне корректен, поскольку входящие в формулы (7) величины  $Q(t)$ ,  $C(t)$ ,  $p(t)$  отражают не динамику характеристик исправной ТС на протяжении срока ее службы, а характеристики исправных ТС разных возрастов на дату оценки. И лишь тогда, когда на протяжении всего срока службы ТС все цены в стране растут с одним и тем же темпом  $i$ , числитель и знаменатель дроби  $Z$  могут трактоваться как ожидаемые дисконтированные затраты и результаты, связанные с приобретением и использованием ТС до конца срока ее службы. Тем не менее, введенный термин и его сокращение ОУДЗ представляются удобными и наглядными, и мы будем их использовать.

Как видно из формулы (8), оптимальному назначенному сроку службы должно отвечать минимальное значение ОУДЗ. Более того, это значение будет равно рыночной стоимости единицы выполняемых объектом работ  $B$ . Такой метод оценки РС работ согласуется с затратным подходом к оценке, хотя оценщики в таком виде его не применяют.

Мы видим также, что применение критерия ОУДЗ ориентирует предприятие на наиболее эффективное использование ТС и максимизацию своей рыночной стоимости<sup>8</sup>. Аналогичный критерий удельных дисконтированных затрат для установления сроков службы машин в детерминированной ситуации ранее обосновывался с помощью оптимизационных моделей (см., например, [18, 19]). Близкие по содержанию критерии использовались и при решении некоторых оптимизационных задач теории надежности (см., например, [23, 24]), однако при этом производительность и интенсивность операционных затрат ТС предполагались постоянными, а ее утилизационная стоимость не учитывалась. В отличие от критерия отношения средних затрат к среднему сроку службы, часто используемого в работах по теории надежности, в ОУДЗ учитывается разновременность затрат и результатов работы ТС, но не учитывается время на ликвидацию последствий отказа.

Вычисление оптимального значения  $S$  и стоимости единицы работ  $B$  можно упростить, воспользовавшись неравенством (5). Поскольку с ростом  $t$  подынтегральное выражение в (5) убывает, нетрудно убедиться, что максимум в левой части (5) достигается, когда  $S$  является единственным корнем уравнения:  $BQ(S) - C(S) - \rho U - (L + U)p(S) = 0$ . В этом случае неравенство (8) становится равенством, а  $S$  и  $B$  будут решением системы уравнений:

$$B = \frac{K - U + C_{\Sigma}(S)}{Q_{\Sigma}(S)} = \frac{C(S) + \rho U + (L + U)p(S)}{Q(S)}. \quad (9)$$

Зависимость стоимости ТС от возраста теперь вытекает из неравенства (6), которое при оптимальном  $S$  становится равенством:

$$V(s) = U + BQ_{\Sigma}(s, S) - C_{\Sigma}(s, S). \quad (10)$$

Подставив в (10)  $B$  из первого равенства (9), мы получим:

$$V(s) = U + (K - U) \frac{Q_{\Sigma}(s, S)}{Q_{\Sigma}(S)} + \left[ C_{\Sigma}(S) \frac{Q_{\Sigma}(s, S)}{Q_{\Sigma}(S)} - C_{\Sigma}(s, S) \right]. \quad (11)$$

Это равенство, по сути, является одной из модификаций известной формулы Львова [25], применявшейся в СССР для оценки эффективности новой техники и установления цен на новую технику, а в настоящее время применяемой при оценке машин и оборудования (об истории формулы Львова и ее модификациях см. [3, 26, 27]). В отличие от других модификаций формулы Львова, формула (11) учитывает утилизационную стоимость ТС, риск ее отказа и применяется к оценке подержанной ТС.

К числу характеристик машин и оборудования, используемых при их оценке, относятся средние полный и остаточный сроки службы. Их можно рассчитать и для рассматриваемых ТС. Казалось бы, в этих целях можно использовать формулы (1) и (2), связывающие указанные сроки с назначенным сроком службы ( $S$ ). Однако это будет не вполне корректно, поскольку при выводе формулы (1) предполагалось, что до момента утилизации ТС назначенный срок ее службы не меняется. Такое до-

<sup>7</sup> Поскольку дисконтируемые производительность и затраты относятся к исправной (не отказавшей) ТС, для дисконтирования здесь, по существу, используется «реальная» и учитывающая зависящий от возраста ТС риск отказа ставка  $\rho + p(s)$ .

<sup>8</sup> Рыночная стоимость предприятия при предположении, что оно назначит ТС иной срок службы, уменьшится.

пущение было бы оправдано, если бы, начиная с даты оценки, для ТС имела бы место групповая инфляция с неизменным темпом. Однако сроки службы ТС могут составлять десятки лет, при этом темпы роста цен на машины могут сильно колебаться. Но тогда будут меняться и оптимальные значения назначенных сроков службы ТС. В таких условиях рассчитанные по формулам (1) и (2) величины  $T(t)$  и  $T_m$  уже нельзя назвать средними остаточным и полным сроками службы ТС. Скорее, они отражают такие сроки, исчисленные при допущении о групповом характере и неизменном темпе инфляции на протяжении всего назначенного срока службы ТС. Впрочем, подобную оговорку необходимо делать и в отношении других технико-экономических норм (например, нормативов периодичности ремонтов или коэффициентов запаса прочности), поскольку все они разрабатывались применительно к конкретным экономическим условиям и потому будут экономическими обоснованными, пока эти условия существенно не изменятся.

#### 4. Экспериментальные расчеты

По построенной модели были проведены экспериментальные расчеты в нескольких вариантах. Время измерялось в годах и долях года. Во всех вариантах принималось  $V(0) = K = 100$ ,  $Q(0) = 1$ . Рыночные стоимости ТС разного возраста при этом численно совпадают с процентами их годности ( $PGF$ ). Принималось, что зависимости  $C(t)$  и  $Q(t)$  – линейные, а время безотказной работы ТС имеет распределение Рэлея:

$$Q(t) = 1 - \alpha t, \quad C(t) = C_0(1 + \beta t), \quad p(t) = t/\omega^2,$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – (базисные) темпы соответственно снижения производительности и роста операционных затрат, 1/год;

$\omega$  – параметр распределения Рэлея, годы.

Оптимальные назначенные сроки службы ТС ( $S$ ) и РС единицы выполняемых ТС работ на дату оценки ( $B$ ) находились путем численного решения системы уравнений (9).

Базовым был принят вариант со следующими значениями параметров:

$$U = 7; C_0 = 100; L = 100; \rho = 0,1; \\ \alpha = 0,01; \beta = 0,02; \omega = 8.$$

Варьируя параметрами этого варианта, можно выявить их влияние на оптимальное значение  $S$  назначенного срока службы ТС (рис. 1–4).

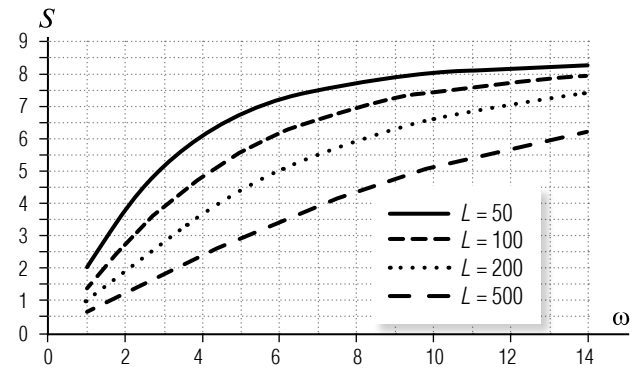


Рис. 1. Влияние  $\omega$  на оптимальный назначенный срок службы при разных  $L$ .

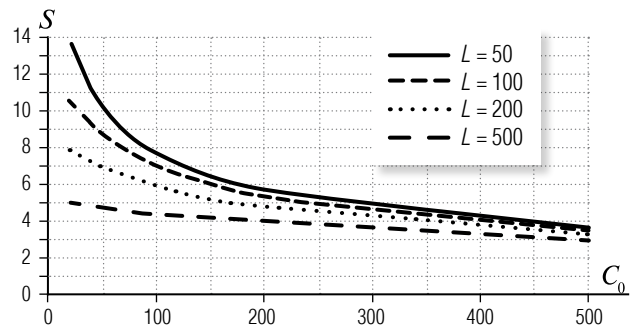


Рис. 2. Влияние  $C_0$  на оптимальный назначенный срок службы при разных  $L$ .

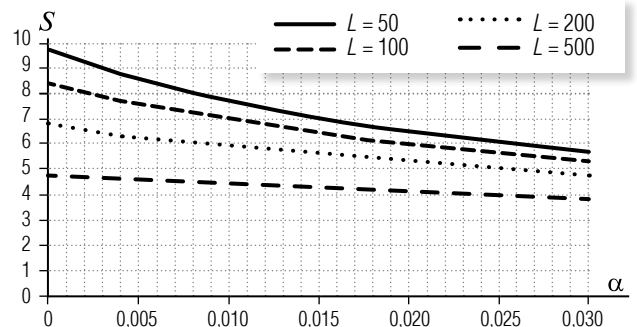


Рис. 3. Влияние  $\alpha$  на оптимальный назначенный срок службы при разных  $L$ .

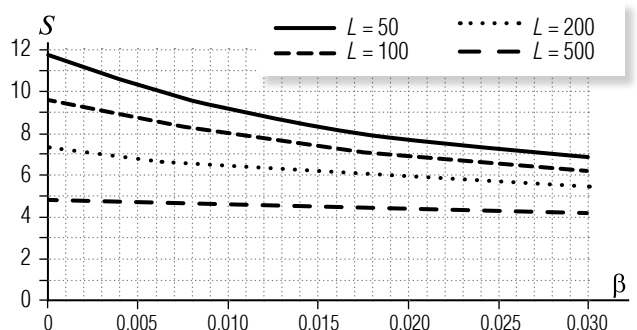


Рис. 4. Влияние  $\beta$  на оптимальный назначенный срок службы при разных  $L$ .

Отметим также, что оптимальное  $S$  немного уменьшается с ростом УС  $U$  и растет с увеличением ставки дисконтирования (особенно сильно – при малых значениях ущерба  $L$ ).

Рассчитанные по формуле (2) зависимости среднего срока службы от интенсивности операционных затрат в начале эксплуатации ( $C_0$ ) и  $\omega$  при разных значениях ущерба представлены на рис. 5–6.

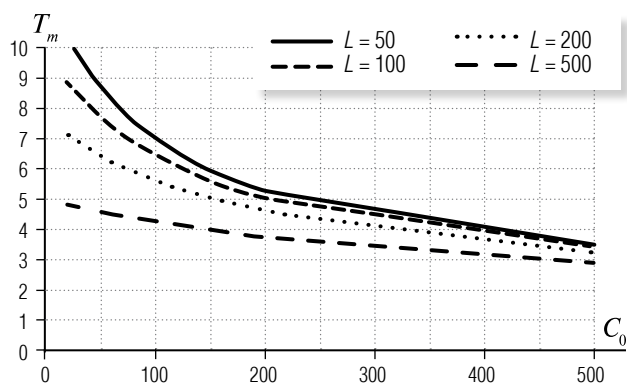


Рис. 5. Влияние  $C_0$  на средний срок службы ТС при разных  $L$ .

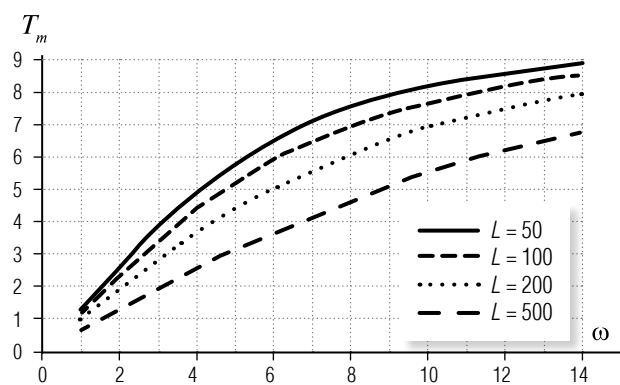


Рис. 6. Влияние  $\omega$  на средний срок службы ТС при разных  $L$ .

Как видим, у новых ТС, требующих относительно больших (по сравнению со своей стоимостью) операционных затрат, средние сроки службы оказываются меньше. С уменьшением интенсивности отказов (ростом  $\omega$ ) средние сроки службы ТС растут, но только до определенного предела («экономического» срока службы аналогичных ТС, не подвергающихся отказам).

Средние значения РС подержанных ТС как функции от возраста, можно рассчитать по формуле (10). Правда, соответствующие графики трудно сопоставлять,

поскольку средние и назначенные сроки службы по вариантам существенно различаются. Однако положение меняется, если на базе этих расчетов построить зависимости средних процентов годности от относительного возраста ( $\tau$ ) – отношения возраста ТС ( $t$ ) к среднему сроку их службы ( $T_m$ ).

Четыре варианта таких зависимостей представлены на рис. 7. Во всех этих вариантах принималось  $K = 100$ ;  $U = 7$ ;  $Q_0 = 1$ ;  $\rho = 0,1$ ;  $\alpha = \beta = 0,01$ . Значения других параметров ТС, а также назначенных и средних сроков службы для этих вариантов сведены в таблице 1.

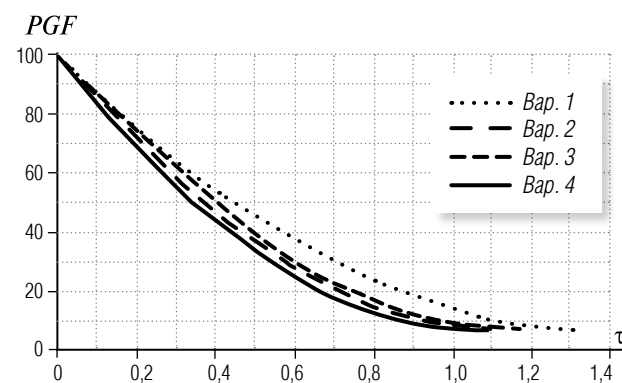


Рис. 7. Зависимости среднего процента годности ТС ( $PGF$ ) от относительного возраста ( $\tau$ ) по вариантам расчета.

Таблица 1.

**Основные параметры ТС по вариантам расчета**

Вариант	1	2	3	4
$C_0$	20	100	40	300
$L$	100	200	200	500
$\omega$	10	10	5	5
$S$	13,36	7,44	4,94	2,78
$T_m$	10,26	6,80	4,24	2,64

Обратим внимание, что, несмотря на существенные различия в основных параметрах ТС, соответствующие графики оказываются достаточно близкими. В то же время они дают меньшие значения процентов годности, чем при использовании гиперболической модели, принятой в российской системе национальных счетов для оценки машин и оборудования.

### Заключение

Традиционный подход к установлению назначенных сроков службы объектов не в полной мере отвечает интересам участников рынка. Для решения этой задачи предложено ориентироваться на максимизацию рыночной стоимости предприятия – владельца объекта и базироваться на теории стоимостной оценки. Оказывается, что при таком подходе появляется возможность достаточно простого учета инфляции, а назначенный срок службы объекта должен обеспечивать минимальные ожидаемые удельные дисконтированные затраты – отношение ожидаемых дисконтированных затрат на

приобретение и использование ТС и устранение последствий ее возможных отказов к ожидаемому дисконтированному объему работ, выполненных ТС. Одновременно построенная экономико-математическая модель позволяет оценить рыночную стоимость выполняемых ТС работ и установить зависимость рыночной стоимости ТС от ее возраста. Предложенный подход может быть использован и в ситуации, когда деградация исправной ТС описывается случайными процессами, а также при решении других оптимизационных задач теории надежности, например, для оптимизации графика капитальных ремонтов. ■

### Литература

1. Международные стандарты оценки / пер. с англ. под ред. И.Л. Артеменкова, С.А. Табаковой. М.: Саморегулируемая общероссийская общественная организация «Российское общество оценщиков», 2020.
2. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965.
3. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Опцион, 2016.
4. System of National Account 2008 / European Commission, International Monetary Fund, Organization fo Economic Co-operation and Development, United Nations, World Bank. New York, 2009.
5. Смоляк С.А. Оценка обесценения машин с учетом положений систем национальных счетов // Труды ИСА РАН. 2021. Т. 71. № 1. С. 44–54. <https://doi.org/10.14357/20790279210105>
6. Острейковский В.А. Теория надежности: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 2003.
7. Методические рекомендации по оценке ущерба от аварий на опасных производственных объектах (РД 03-496–02). Серия 03. Выпуск 19. М.: Закрытое акционерное общество «Научно-технический центр исследований проблем промышленной безопасности», 2010.
8. Lutz J.D., Hopkins A., Letschert V., Franco V.H., Sturges A. Using national survey data to estimate lifetimes of residential appliances // HVAC&R Research. 2011. Vol. 17. No. 5. P. 726–736. <https://doi.org/10.1080/10789669.2011.558166>
9. Erumban A.A. Lifetimes of machinery and equipment evidence from Dutch manufacturing // Review of Income and Wealth. 2008. Vol. 54. No. 2. P. 237–268. <https://doi.org/10.1111/j.1475-4991.2008.00272.x>
10. Nomura K., Suga Y. Measurement of depreciation rates using microdata from disposal survey of Japan // The 35th IARIW General Conference, Copenhagen, Denmark, 2018.
11. Алексеев В.В., Хоменко И.В., Прохорский Р.А. Модели планирования ремонтов и замен элементов в процессе жизненного цикла сложных технических систем // Вестник Воронежского института МВД России. 2011. № 3. С. 94–102.
12. Van Horenbeek A., Pintelon L., Muchiri P. Maintenance optimization models and criteria // International Journal of System Assurance Engineering and Management. 2010. Vol. 1. No. 3. P. 189–200.
13. Barlow R., Hunter L. Optimum preventive maintenance policies // Operations Research. 1960. Vol. 8. No. 1. P. 90–100. <https://doi.org/10.1287/opre.8.1.90>
14. Jiang R. Performance evaluation of seven optimization models of age replacement policy // Reliability Engineering & System Safety. 2018. Vol. 180. pp. 302–311. <https://doi.org/10.1016/j.res.2018.07.030>
15. Smith D.J. Reliability, maintainability and risk: Practical methods for engineers. Elsevier Ltd, Eighth edition, 2011.
16. Aven T. Optimal replacement under a minimal repair strategy: A general failure model // Advances in Applied Probability. 1983. Vol. 15. No. 1. P. 198–211. <https://doi.org/10.2307/1426990>
17. Weersink A., Stauber S. Optimal replacement interval and depreciation method for a grain combine // Western Journal of Agricultural Economics. 1988. Vol. 13. No. 1. P. 18–28. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.32156>
18. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика. М.: ПолиПринтСервис, 2015.
19. 2021 Personal Property Factors & Tables / State of Colorado. The Department of Local Affairs. [Электронный ресурс]: <https://drive.google.com/file/d/1FZI9Da3QebSCDSVTpZEX0H-6t0c9MNd/view> (дата обращения 22.05.2022).
20. 2021 Recommended Personal Property Valuation Schedule / Utah State Tax Commission. Property Tax Division. [Электронный ресурс]: [https://propertytax.utah.gov/personal-property/val\\_schedule\\_2021.pdf](https://propertytax.utah.gov/personal-property/val_schedule_2021.pdf) (дата обращения 22.05.2022).

21. 2022 Personal Property Depreciation Schedules and Trend Tables / Montana Department of Revenue. [Электронный ресурс]: <https://mtrevenue.gov/?mdocs-file=59493> (дата обращения 22.05.2022).
22. Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Модели динамики экономического износа оборудования // Экономика и математические методы. 1990. Т. 26. Вып. 5. С. 871–882.
23. Christer A.H., Goodbody W. Equipment replacement is unsteady economy // Journal of the Operational Research Society. 1980. Vol. 31. P. 497–506.
24. Dohi T., Ashioka A., Osaki S., Kaio N. Optimizing the repair-time limit replacement schedule with discounting and imperfect repair // Journal of Quality in Maintenance Engineering. 2001. Vol. 7. No. 1. P. 71–84. <https://doi.org/10.1108/13552510110386973>
25. Львов Д.С. Экономические проблемы повышения качества промышленной продукции. М.: Наука, 1969.
26. Смоляк С.А. О формуле Д.С. Львова для оценки машин // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2018. Т. 205. № 10. С. 19–25. <https://doi.org/10.24411/2072-4098-2018-10101>
27. Смоляк С.А. Обобщенная формула Д.С. Львова для машин, подвергающихся деградации // Труды ИСА РАН. 2020. Т. 3. С. 3–12. <https://doi.org/10.14357/20790279200301>

### Об авторе

#### Смоляк Сергей Абрамович

доктор экономических наук;

кандидат физико-математических наук;

главный научный сотрудник, Центральный экономико-математический институт, Российская академия наук, 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 47;

E-mail: [smolyak1@yandex.ru](mailto:smolyak1@yandex.ru)

ORCID: 0000-0001-5287-4285

---

## On assigning service life for technical systems under inflation

### Sergey A. Smolyak

E-mail: [smolyak1@yandex.ru](mailto:smolyak1@yandex.ru)

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Science

Address: 47, Nakhimovsky Prospect, Moscow 117418, Russia

#### Abstract

A technical system is used by an enterprise that is a typical market participant to perform specific work. During operation, the operating characteristics of the system deteriorate. In case of a possible failure of the system, it is decommissioned and this causes losses for the enterprise. It turns out that it is beneficial to assign a certain service life to the system after which (if no failure has occurred) it is subject to decommissioning. We are solving the problem of optimizing this assigned service life. Usually, when solving it, inflation is not taken into account, and the optimality criteria are the average costs per unit of time and other indicators that do not fully reflect the commercial interests of the enterprise owning the system. Using the principles and methods of valuation, we build a mathematical model and propose formulas that allow us, taking into account inflation, to find the optimal assigned service life of the system and

at the same time estimate the market value of the work performed by the system and calculate the change in the market value of the system with age. Moreover, in this problem, the optimality criterion is the ratio of the expected discounted costs to the expected discounted volume of work performed by the system. We show that such a criterion maximizes the market value of the enterprise owning the system. We give examples of using the constructed model. The results obtained can be used both for solving other optimization problems of the reliability theory and for practical valuation of some types of machinery and equipment.

**Keywords:** technical system reliability, failure, assigned service life, optimization criterion, valuation theory, market value

**Citation:** Smolyak S.A. (2022) On assigning service life for technical systems under inflation. *Business Informatics*, vol. 16, no. 2, pp. 74–88. DOI: 10.17323/2587-814X.2022.2.74.88

## References

1. *International Valuation Standards* (2019) London: International Valuation Standards Council.
2. Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Soloviev A.D. (1965) *Mathematical methods in the reliability theory*. Moscow: Nauka (in Russian).
3. Smolyak S.A. (2016) *Machinery and Equipment Valuation (secrets of the DCF method)*. Moscow: Option (in Russian).
4. System of National Account 2008 (2009) New York: European Commission, International Monetary Fund, Organization for Economic Co-operation and Development, United Nations, World Bank.
5. Smolyak S.A. (2021) Assessment of machinery depreciation taking into account the provisions of the systems of national accounts. *Proceedings of the Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences*, vol. 71, no. 1, pp. 44–54 (in Russian). <https://doi.org/10.14357/20790279210105>
6. Ostreykovsky V.A. (2003) *Reliability theory: Textbook for universities*. Moscow: Vysshaya shkola (in Russian).
7. *Methodical recommendations for assessing damage from accidents on hazardous production facilities (Regulatory Document 03-496-02)* (2010) Moscow: Closed Joint Stock Company «Scientific and Technical Center for Research on Industrial Safety Problems» (in Russian).
8. Lutz J., Hopkins A., Letschert V.E., Franco V., Sturges A. (2011) Using national survey data to estimate lifetimes of residential appliances. *HVAC&R Research*, vol. 17, no. 5, pp. 726–736. <https://doi.org/10.1080/10789669.2011.558166>
9. Erumban A.A. (2008) Lifetimes of machinery and equipment evidence from Dutch manufacturing. *Review of Income and Wealth*, vol. 54, no. 2, pp. 237–268. <https://doi.org/10.1111/j.1475-4991.2008.00272.x>
10. Nomura K., Suga Y. (2018) Measurement of depreciation rates using microdata from disposal survey of Japan. In: *The 35th IARIW General Conference, Copenhagen, Denmark*.
11. Alekseev V.V., Khomenko I.V., Prokhorsky R.A. (2011) Models of planning repairs and replacement of elements in the life cycle of complex technical systems. *Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*, no. 3, pp. 94–102 (in Russian).
12. Van Horenbeek A., Pintelon L., Muchiri P. (2010) Maintenance optimization models and criteria. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, vol. 1, no. 3, pp. 189–200.
13. Barlow R. and Hunter L. (1960) Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research*, vol. 8, no. 1, pp. 90–100. <https://doi.org/10.1287/opre.8.1.90>
14. Jiang R. (2018) Performance evaluation of seven optimization models of age replacement policy. *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 180, pp. 302–311. <https://doi.org/10.1016/j.res.2018.07.030>
15. Smith D.J. (2011) *Reliability, maintainability and risk: Practical methods for engineers*. Elsevier Ltd, Eighth edition.
16. Aven T. (1983) Optimal replacement under a minimal repair strategy. *Advances in Applied Probability*, vol. 15, no. 1, pp. 198–211. <https://doi.org/10.2307/1426990>
17. Weersink A., Stauber S. (1988) Optimal replacement interval and depreciation method for a grain combine. *Western Journal of Agricultural Economics*, vol. 13, no. 1, pp. 18–28. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.32156>
18. Vilensky P.L., Livchits V.N., Smolyak S.A. (2015) *Evaluation of the investment projects efficiency: theory and practice*. Moscow: PolyPrintService (in Russian).
19. State of Colorado. The Department of Local Affairs (2021) *2021 Personal Property Factors & Tables*. Available at: <https://drive.google.com/file/d/1FZi9Da3QebSCDSVTPpZEX0H-6t0c9MNd/view> (accessed 22 May 2022).
20. Utah State Tax Commission. Property Tax Division (2021) *2021 Recommended Personal Property Valuation Schedule*. Available at: [https://propertytax.utah.gov/personal-property/val\\_schedule\\_2021.pdf](https://propertytax.utah.gov/personal-property/val_schedule_2021.pdf) (accessed 22 May 2022).
21. Montana Department of Revenue (2022) *2022 Personal Property Depreciation Schedules and Trend Tables*. Available at: <https://mtrevenue.gov/?mdocs-file=59493> (accessed 22 May 2022).

22. Livshits V.N., Smolyak S.A. (1990) Models of the dynamics of economic wear of equipment. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 26, no. 5, pp. 871–882 (in Russian).
23. Christer A.H., Goodbody W. (1980) Equipment replacement in unsteady economy. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 31, pp. 497–506.
24. Dohi T., Ashioka A., Osaki S., Kaio N. (2001) Optimizing the repair-time limit replacement schedule with discounting and imperfect repair. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 7, no. 1, pp. 71–84. <https://doi.org/10.1108/13552510110386973>
25. Lvov D.S. (1969) *Economic problems of improving the quality of industrial products*. Moscow: Nauka (in Russian).
26. Smolyak S.A. (2018) On D.S. Lvov's formula for the valuation of machines. *Property relations in the Russian Federation*, vol. 205, no. 10, pp. 19–25 (in Russian). <https://doi.org/10.24411/2072-4098-2018-10101>
27. Smolyak S.A. (2020) Generalized D.S. Lvov's formula for machines subject to degradation. *Proceedings of the Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences*, vol. 3, pp. 3–12 (in Russian). <https://doi.org/10.14357/20790279200301>

### **About the author**

#### **Sergey A. Smolyak**

Dr. Sci. (Econ.);

Principal Science Researcher, Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Science, 47, Nakhimovsky Prospect, Moscow 117418, Russia;

E-mail: [smolyak1@yandex.ru](mailto:smolyak1@yandex.ru)

ORCID: 0000-0001-5287-4285